

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), julio-agosto 2025,
Volumen 9, Número 4.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i2

INTEGRACIÓN DEL BALANCED SCORECARD (BSC) CON METODOLOGÍAS DE CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY SETS) BSC DIFUSO

**INTEGRATION OF BALANCED SCORECARD (BSC)
WITH FUZZY SETS METHODOLOGIES -FUZZY BSC**

Jaime Eduardo Trejo Aguirre
Tecnológico Nacional de México

Laura Isela Padilla Iracheta
Tecnológico Nacional de México

Esteban Rubio Ochoa
Tecnológico Nacional de México

Integración del Balanced Scorecard (BSC) con Metodologías de Conjuntos Difusos (Fuzzy Sets) -BSC difuso

Jaime Eduardo Trejo Aguirre¹

jaime.ta@chihuahua.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0003-3989-8025>

Departamento de Metal Mecánica
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Tecnológico Nacional de México
México

Laura Isela Padilla Iracheta

laura.pi@chihuahua.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0002-9410-1691>

Departamento de Metal Mecánica
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Tecnológico Nacional de México
México

Esteban Rubio Ochoa

esteban.ro@chihuahua.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0002-2422-5234>

Departamento de Metal Mecánica
Instituto Tecnológico de Chihuahua
Tecnológico Nacional de México
México

RESUMEN

El Balanced Scorecard (BSC) es un sistema de gestión que ayuda a las organizaciones en tratar con el desarrollo de los negocios y permite a los directivos a realizar mejores decisiones. La lógica difusa permite la conversión de valores cualitativas a valores cuantitativos por medio de relaciones y operaciones matemáticas. Las técnicas de decisión de multicriterios difusos (FMCDM) son herramientas apropiadas para priorizar bajo ambientes de decisión sofisticados. Existe ramas de FMCDM denominadas FAHP – análisis jerárquico de procesos difusos- y FTOPSIS –técnicas difusas para orden y preferencia por similitud para soluciones ideales- que se utilizan en las diversas investigaciones. La integración se realiza al utilizar los parámetros y criterios del BSC para ordenar y clasificar las estrategias. Entonces se establece el peso del criterio y la prioridad de las alternativas o estrategias por medio de las técnicas FAHP o FTOPSIS. Se utiliza también la técnica difusa Delphi junto con los cuatro aspectos del BSC y con la opinión de los expertos para clasificar las estrategias planteadas por la organización en particular en conjunto con la técnica VIKOR. Los resultados muestran que al utilizar los métodos difusos a la par del BSC, se obtienen índices matemáticos discretos que ayudan a la elección de una mejor alternativa entre varias para los tomadores de decisión en las organizaciones.

Palabras clave: balanced scorecard, BSC, conjuntos difusos, lógica difusa

¹ Autor principal

Correspondencia: aime.ta@chihuahua.tecnm.mx

Integration of Balanced Scorecard (BSC) With Fuzzy Sets Methodologies - Fuzzy Bsc

ABSTRACT

Balanced Scorecard (BSC) is a management system that helps organizations in dealing with the development of business and enables managers to make better decisions. Fuzzy set theory logic allows conversion of qualitative values into quantitative values through relationships and math values. Fuzzy multi criteria decision making (FMCDM) techniques are appropriate tools to prioritize under sophisticated environment. Fuzzy analytic hierarchy process (FAHP) and fuzzy technique for order preference by similarity to ideal solution (FTOPSIS) are branches of FMCDM, which are used in different researches. Integration is performed using the parameters and criteria to sort and classify BSC strategies. The weight of the criterion and the priority of the alternatives or strategies by means of the techniques FTOPSIS or FAHP is then established. Fuzzy Delphi technique is also used along with the four aspects of BSC and the opinion of experts to rank the strategies proposed by the particular organization along with the Vikor technique. Results show that using fuzzy alongside the BSC methods, discrete mathematical indices are obtained that help choosing a best alternative among several of them for decision makers in organizations.

Keywords: balanced scorecard, bsc, fuzzy set theory

Artículo recibido 20 julio 2025

Aceptado para publicación: 20 agosto 2025



INTRODUCCIÓN

Los ambientes de imprecisión en que operan las organizaciones tanto públicas como privadas se dan por exceso de información o por la falta total de ella y es un obstáculo para la adecuada toma de decisiones y ocasiona dificultad en la definición, la medición y en el seguimiento de objetivos y metas que permiten establecer indicadores de cumplimiento asociados con los índices de desempeño de las organizaciones. Como una respuesta a estos retos organizacionales y de la gestión empresarial, han surgido teorías, enfoques y metodologías que utilizan herramientas como ayuda y soporte en la toma de decisiones. Una de estas herramientas es la lógica difusa o conjuntos difusos que a la par con la metodología del Balanced Scorecard (BSC) se utiliza para obtener soluciones confiables que se adapten con facilidad y con resultados confiables a los cambios de los parámetros de la imprecisión. El BSC considerada como una poderosa herramienta de gestión aporta una ventaja competitiva para la creación de valor para la organización. El uso y utilidad de esta herramienta se vé incrementada con la integración de la lógica difusa. Las perspectivas del BSC enunciadas como variables cuantitativas y cualitativas junto con el uso de las bondades de la lógica difusa como lo son las etiquetas lingüísticas y las funciones de pertenencia permite crear una escala de tipo ordinal y asimila cada estado de la variable de entrada como un número difuso (usualmente de tipo triangular –*NDT –número difuso triangular-*). Con este procedimiento se determina el grado de cumplimiento de los objetivos establecidos para los indicadores de las perspectivas, tanto cuantitativas como cualitativas. Después de la valoración, con el uso de los mecanismos de la lógica difusa, se evalúan las diversas perspectivas integrantes del BSC con lo que se establecen clasificaciones que proporcionan información numérica y determinística para ayudar en la toma de decisiones. En el presente trabajo se describe la herramienta tradicional del BSC, se enumeran y se muestran las perspectivas que lo forman así como los fundamentos y conceptos básicos de la teoría de la lógica difusa. Se comenta sobre el concepto de los números difusos y los conjuntos difusos así como la importancia de las funciones de pertenencia, los tipos de funciones más utilizadas en el ámbito de las organizaciones para finalizar con la integración denominada Balanced Scorecard difuso.

¿Qué es el Balanced Scorecard?

El Balanced Scorecard (BSC) fue propuesto a inicios de la década de los 90's como un sistema de evaluación del desempeño de la organización (Kaplan & Norton, 1992).



El propósito principal del BSC es el reemplazo del sistema tradicional de desempeño, enfocado en un solo índice financiero, hacia un modelo de dirección de evaluación del rendimiento (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013). Aún así, la columna vertebral del BSC sigue siendo la perspectiva financiera en la evaluación del rendimiento de la organización sobre las otras perspectivas consideradas. El conjunto de perspectivas que dan forma a la metodología propuesta por Kaplan y Norton, (2007), son las siguientes: (1) perspectiva financiera, (2) perspectiva del cliente, (3) perspectiva de procesos internos y, (4) perspectiva de aprendizaje y crecimiento.

En la estructura conceptual del Balanced Scorecard (BSC), la alta dirección debe decidir inicialmente la localización del mercado y quienes son los clientes. Después de esto, se inician las estrategias para el logro de las metas organizacionales bajo la consideración de los procesos y el aprendizaje creativo. Debido a la existencia de las cuatro perspectivas del BSC, los empleados de niveles inferiores de la organización pueden participar en el proceso de establecimiento de los objetivos de la misma. Estos empleados conocen los objetivos y directivas de la organización además de conocer los roles que tomarán en ella. Se dice que el consenso se puede alcanzar de los niveles inferiores hacia los niveles superiores siendo esto uno de los valores del BSC, (Kuang-Hua, 2005).

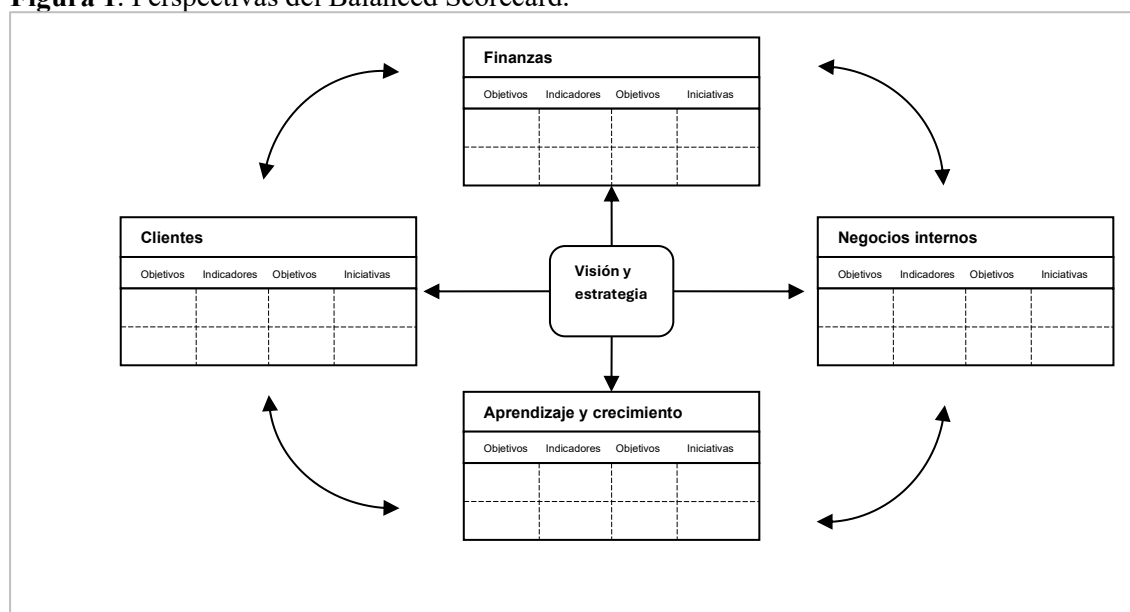
El Balanced Scorecard (BSC) puede ayudar a las organizaciones de negocios a crecer de manera correcta y sin problemas desde el pasado hacia el futuro, desde adentro hacia fuera y de objetivos medibles subjetivos hacia objetivos medibles y concretos (Kaplan & Norton, 1996). El BSC posibilita la administración del desempeño, que alinea y enfoca los esfuerzos y recursos de la organización, utilizando indicadores de gestión para conducir las estrategias y crear valor a largo plazo, considerando simultáneamente las relaciones entre ellos, (Adarme-Jaimes, Arango-Serna, & Cogollo-Florez, 2012). El BSC fue ideado como un conjunto de mediciones que le proporciona a la alta dirección de las organizaciones un rápido pero comprensible punto de vista sobre lo que acontece en tiempo real en los negocios. El Balanced Scorecard incluye indicadores financieros que dicen mucho sobre las acciones que ya se han tomado. Estos indicadores se complementan con indicadores operacionales sobre el grado de satisfacción del cliente, procesos internos, actividades de innovación y mejoramiento de la organización para un mejor desempeño que son los que conducen a un mejor futuro financiero, (Kaplan & Norton, 1992).



Perspectivas del Balanced Scorecard (BSC)

El Balanced Scorecard permite a la alta dirección de la organización conocer al negocio desde cuatro perspectivas que responden a cuatro preguntas básicas: (1) ¿cómo nos observan los clientes?, (2) ¿en qué debemos sobresalir?, (3) ¿se puede continuar con el mejoramiento y la creación de valor? y, (4) ¿cómo vemos a los accionistas? El BSC trata de enfocar a los directivos en el manejo de los indicadores y mediciones que son más críticas, (Kaplan & Norton, 1992). El modelo del BSC se muestra en la figura 1

Figura 1. Perspectivas del Balanced Scorecard.



Fuente: Kaplan y Norton, 1996.

Perspectiva del Cliente

Responde a la pregunta: ¿cómo nos observan los clientes? El Balanced Scorecard demanda que la alta dirección traduzca su misión en servicio al cliente sobre la base de indicadores específicos que reflejen los factores que realmente importe a los clientes. Para poner al BSC a operar, las compañías deben articular metas para tiempo, calidad, desempeño y servicio para entonces trasladar esas metas en indicadores específicos (Kaplan & Norton, 1992). Para enfatizar la segmentación del mercado de los clientes, las organizaciones deberían utilizar sus ventajas intrínsecas y sus recursos para distinguir las diferencias desde sus competidores. Los indicadores principales incluyen relaciones o porcentajes de mercado compartido, adquisiciones de clientes, permanencia de los clientes, satisfacción y rentabilidad de los clientes, (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013).

Perspectiva de Negocios Internos

Responde a la pregunta: ¿en qué debemos sobresalir? Los indicadores basados en el cliente son importantes, pero deben ser traducidos en indicadores, sobre los cuales, la compañía debe enfocarse internamente, para conocer las expectativas de sus clientes. Los directivos requieren poner atención, sobre aquellas operaciones críticas internas, que le permiten satisfacer las necesidades del cliente. Los indicadores internos para el BSC deben provenir de los procesos de negocios que tienen el mayor impacto en la satisfacción del cliente. Las compañías deben tratar de identificar y medir sus principales fortalezas, las tecnologías críticas necesarias, para asegurar la continuación del liderazgo. Deben también, decidir qué procesos y competencias deben ser sobresalientes y especificar indicadores, para cada uno de ellos, (Kaplan & Norton, 1992). Esta perspectiva, direcciona los procesos de operación internos de las organizaciones, que tienen que seguir un plan de estrategias operacionales realizados por ellos, así como realizar su mejor esfuerzo para alcanzar las expectativas de clientes y accionistas. El proceso en su conjunto, se inicia a partir del entendimiento de los requerimientos del cliente, de los procesos de innovación, de los procesos operativos, de los servicios de venta y de los requerimientos de los logros de los clientes para establecer índices de evaluación a través de todos ellos, (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013).

Perspectiva de Aprendizaje y Crecimiento

Responde a la pregunta: ¿se puede continuar con el mejoramiento y la creación de valor? Los indicadores basados en el cliente y en los procesos de negocios internos sobre el BSC identifican los parámetros que la compañía considera más importantes para el éxito competitivo. Pero los objetivos para el éxito siempre están en cambio continuo. La competencia en la globalización requiere que las compañías realicen un mejoramiento continuo de sus productos y procesos existentes además de poseer la habilidad de introducir nuevos productos con capacidades extendidas. La habilidad de la compañía de innovar, mejorar y aprender, está relacionada directamente con el valor de la compañía. Sólo a través de la capacidad de lanzamiento de nuevos productos, se crea mayor valor para los clientes y con el mejoramiento de la eficiencia de las operaciones, puede una compañía de manera continua penetrar nuevos mercados e incrementar los ingresos, para de esta manera incrementar el valor de la acción de la compañía, (Kaplan & Norton, 1992).



Si la organización desea tener una operación y desarrollo sustentable, debe confiar en la continua innovación y crecimiento. Esta perspectiva incluye los tres principales criterios de evaluación como lo son: satisfacción de los empleados, permanencia de los empleados y productividad de los empleados. Las organizaciones deben establecer índices para la evaluación del desempeño a través de estos tres criterios, (Kaplan & Norton, 1996; Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013).

Perspectiva Financiera

Responde a la pregunta: ¿cómo vemos a los accionistas? Los indicadores del rendimiento financiero indican si la estrategia, implementación y ejecución de la compañía están contribuyendo al mejoramiento desde los cimientos de la organización. Los objetivos típicos financieros tienen que ver con la rentabilidad, el crecimiento y el valor de las acciones. Como ejemplo de metas financieras, se tiene: sobrevivir, tener éxito y prosperar. La supervivencia es medida por el flujo de efectivo; el éxito por el crecimiento de las ventas por trimestre y los insumos de operación por la prosperidad debido al incremento del mercado compartido. Las compañías deben de dejar de utilizar los argumentos e indicadores financieros para la evaluación del desempeño de la organización. Los indicadores de la satisfacción del cliente, el desempeño de los procesos internos y el aprendizaje y el crecimiento se derivan del punto de vista específico de la compañía y de su perspectiva sobre los factores claves para el éxito. Este punto de vista no es del todo correcto por el motivo que en su conjunto el BSC no garantiza una estrategia exitosa. El BSC sólo puede traducir la estrategia de la compañía en objetivos específicos y medibles, (Kaplan & Norton, 1992). Esta perspectiva refleja el rendimiento operativo del pasado de una compañía incluyendo el logro del establecimiento de los objetivos financieros y la implementación de la ejecución de las estrategias. A pesar de esto, podría verse si las organizaciones obtienen crecimiento, rendimiento y control de riesgos de las estrategias de operación. Los índices de evaluación usualmente contienen ingresos de operación, costos de operación, tasas de retorno sobre la inversión, tasa de beneficio neto, flujo de efectivo, entre otros (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013).

Teorías de Conjuntos Difusos y la Lógica Difusa

La teoría de conjuntos difusos tiene sus inicios en la mitad de la década de los 60's, con el objetivo de hacer frente a la vaguedad del pensamiento humano. Los primeros trabajos sobre la teoría de conjuntos difusos (*fuzzy sets*) se encuentra en la propuesta por Lotfi Asker Zadeh cuando en 1965 presentó el



artículo “*Fuzzy Sets*” en la revista *Info. Control* y en 1975 ya se menciona la teoría sobre lógica difusa en el artículo “*Fuzzy Sets and their applications to cognitive and decision processes*” del mismo autor publicado por la *Academic Press*. La teoría de conjuntos difusos representa una generalización de la teoría clásica de conjuntos y es aplicado a conceptos que pueden tomar un valor cualquiera de veracidad dentro de un conjunto de valores que fluctúan entre la verdad absoluta y la falsedad total.

La teoría de la lógica difusa es una manera de representar conocimientos inexactos, vagos, imprecisos, ambiguos e indefinidos en unos conocimientos más exactos. Aunque proviene de la lógica clásica, la lógica difusa se distingue de la primera porque pretende introducir un grado de incertidumbre en el razonamiento y en el pensamiento humano, para tener respuestas basadas en conceptos más coherentes, (Zapa-Hernández, 2012). En un mundo donde la diversidad de criterios es preponderante, se tiene la necesidad de encontrar soluciones reales a problemas donde la respuesta a una pregunta, por sencilla que sea, tiene una amplia gama de respuestas. Ejemplo de esto es la respuesta a una sencilla y coloquial pregunta: ¿cuál es el rango de edades en los que considera a las personas como (1) joven, (2) adulto y, (3) anciano? Las respuestas a tal pregunta son tan variadas como veces se realice la pregunta. Como una posible respuesta de un “experto en crecimiento humano”, el rango de valores en años para considerar a una persona “joven” es de 30 a 40 años, pero para otro experto la respuesta puede ser de 12 a 18 años e inclusive el rango encontrado en otra opinión puede ser de 18 a 30 años. La respuesta para el rango de edades para un “adulto” es de 40 a 45 años, una segunda respuesta es de 30 a 45 años y otra más de 28 a 30 años. Con este ejemplo sencillo, se pretende comentar que la incertidumbre a una denominada variable lingüística, “joven” o “adulto” depende de un criterio no uniforme de quienes proporcionen la respuesta. Se presenta entonces la dificultad de expresar estas respuestas con modelos matemáticos, rígidos e inflexibles, o con la lógica clásica al momento de definir exactamente a qué edad una persona se considera “joven” o se considera un “adulto”.

La incertidumbre es el resultado de dos áreas: (1) incertidumbre en juicios subjetivos y, (2) incertidumbre debido a la falta de información o a información incompleta. Lo primero se debe a que los expertos no están 100% seguros a la hora de hacer juicios subjetivos. Lo segundo es causado en ocasiones porque la información de algunos atributos puede no estar completamente disponible o no disponible en lo absoluto.



Los conjuntos o arreglos difusos son apropiados en la ausencia de información, o con información vaga e imprecisa. Estos conjuntos son capaces de describir fenómenos complejos cuando éstos fenómenos no pueden ser analizados por medio de métodos matemáticos tradicionales. Los conjuntos difusos pueden encontrar una buena solución aproximada. Como fundamento de los conjuntos difusos es el hecho que los elementos de construcción del raciocinio humano no son números, sino que se utilizan etiquetas lingüísticas; la lógica difusa trata de emular estas características y utiliza datos aproximados que representen a la realidad con el propósito de encontrar soluciones precisas, (Adarme-Jaimes, et. al., 2012).

Números difusos y conjuntos difusos

El concepto de difuso (*fuzzy*) formulado como “una medida de la incertidumbre” de los diferentes valores o significados que puede tomar la *variable lingüística*, se establece una correspondencia con valores normalizados entre cero y uno. Con estas duplas se construye la función denominada “*función de pertenencia*” de la *variable lingüística*”. Una vez construidos los grados de significación de la variables lingüística, se asocia a la función con un conjunto al que se denomina “*conjuntos difusos*” con valores entre cero y uno. Los números difusos constituyen un concepto muy apropiado para abarcar la vaguedad y la incertidumbre a la hora de definir un valor. Se define entonces el número difuso \tilde{A} como el conjunto cuya función de pertenencia μ_A toma el valor de 1 en el punto $x = A$. Un conjunto difuso es una categoría de objetos con un continuo de grados de pertenencia. Esto último se reconoce por una función de pertenencia cuyo grado o valor oscila entre uno y cero. Un conjunto difuso es una generalización de un conjunto nítido o discreto (Fouladgar, Yazdani-Chamzini, & Zavadskas, 2011). Los conjuntos discretos sólo tienen una pertenencia completa (número 1), o una no-pertenencia (número 0), mientras que los conjuntos difusos tienen pertenencia parcial. Los conjuntos difusos y la lógica difusa son herramientas matemáticas utilizadas en el modelado de incertidumbre en la toma de decisiones.

La ventaja de la teoría de conjuntos difusos radica en su capacidad para proporcionar una solución alterna para el modelado de la vaguedad o la imprecisión; analiza los conceptos de ambigüedad, posibilidad y/o vaguedad separados de la incertidumbre de tipo aleatoria o probabilística, según Klir y Yuan, (1995) citado por Adarme-Jaimes, Arango-Serna, & Cogollo-Florez, (2012).



Un conjunto difuso está definido por una función que oscila entre 0 el cual representa una aseveración *falsa* y el valor de 1 que representará a la aseveración *verdadera*. La función asigna el grado de pertenencia (o de membresía) a cada elemento en un conjunto. La forma de la función de pertenencia puede ser lineal o no lineal. Dentro de las funciones lineales se encuentran la triangular y la trapezoidal. En las funciones no lineales se cuentan la gaussiana, gamma, sigmoïdal, pseudo-exponencial, entre otras, Adarme-Jaimes, et. al., (2012). El grado de pertenencia representa el grado en el cual el juicio de un experto coloca un elemento en el conjunto.

Un número difuso puede ser utilizado como un indicador de desempeño. Es un subconjunto difuso del referencial de los reales que tiene una función de pertenencia normal y convexa. Puede ser representado a través de los segmentos formados al asignar un valor de determinados índices a la función de pertenencia, (Adarme-Jaimes, Arango-Serna, & Cogollo-Florez, 2012). Para estos autores, los números difusos triangular y trapezoidal se destacan por su facilidad de adaptación, debido a que permiten formalizar de manera fidedigna gran cantidad de situaciones de tipo organizacional.

El concepto de conjunto difuso es de importancia en la formulación de variables cualitativas. Las variables pueden ser representadas por conjuntos difusos a su vez que estas variables representan estados o características propias que las describen. Los conjuntos difusos se utilizan para representar conceptos lingüísticos, tales como “joven”, “adulto”, “anciano”, etc., ejemplos utilizados en el ejemplo párrafos arriba. Estos conceptos se interpretan de acuerdo a un contexto en particular, por lo que el resultado obtenido se denomina *variable lingüística*. La variable lingüística se distingue de una variable numérica en que sus valores no son números, sino que se expresan por términos lingüísticos o etiquetas lingüísticas, que representan valores aproximados de la variable considerada, (Mallo, 2005). Cada etiqueta lingüística se representa por un número difuso incluido en el intervalo $[0,1]$, y depende su expresión de su función de pertenencia. Los valores numéricos de cada etiqueta son estimaciones y se pueden obtener mediante la consulta de expertos y se pueden representar de forma adecuada con números difusos con funciones lineales, no lineales o intervalos de confianza.

Funciones de pertenencia

La importancia de los números difusos en el modelado del comportamiento de indicadores de desempeño en ambientes de imprecisión radica en el hecho de que se determinan por tres cantidades



para la función de pertenencia triangular: una por debajo de la cual no es posible obtener resultados (cantidad representada por la letra a en la figura 2); una segunda donde no es posible obtener valores mayores (letra c) y, por último, una cantidad que represente el nivel máximo de satisfacción del comportamiento de una variable (letra b). La función de pertenencia triangular es definida por la ecuación 1 y es válido que la función sea no simétrica.

Para la función de pertenencia trapezoidal, (figura 3), la letra a define el valor mínimo aceptado; la letra d indica el valor mayor aceptado y el segmento $b-c$ donde se sitúa el nivel máximo de satisfacción. La función se muestra en la ecuación 2.

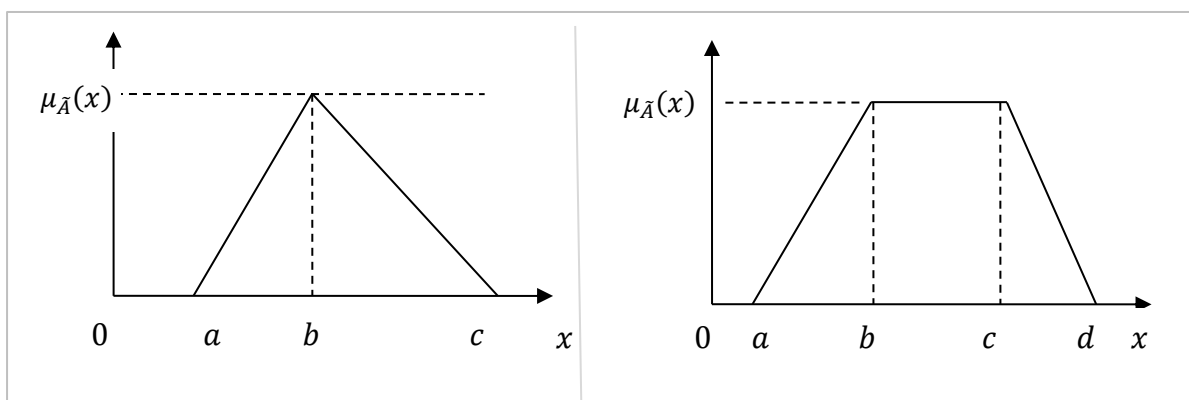
$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{para } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{para } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{para } x > c \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{para } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{para } c < x \leq d \\ 0 & \text{para } x > d \end{cases} \quad (2)$$

Al igual que las variables de entrada, las funciones de pertenencia para los subconjuntos difusos se definen en concordancia de las variables de salida. Como ejemplo, si establecemos por consenso que las edades de una persona etiquetada como “joven” sea hasta de 30 años y la edad de un “adulto” sea de 25 a 75 años y que un “anciano” sea considerado así porque su edad oscila entre 60 años y más, la gráfica de los subconjuntos difusos de las variables de salida se muestran en la figura 4.

Figura 2. Función de pertenencia triangular

Figura 3. Función de pertenencia trapezoidal.



Fuente: Adarme-Jaimes, et al, 2012.

Fuente: Adarme-Jaimes, et al, 2012.

Si se define $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$, y $B = (b_1, b_2, b_3)$ como dos números difusos, entonces sus relaciones matemáticas se expresan como sigue:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) \oplus (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (3)$$

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) \ominus (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3) \quad (4)$$

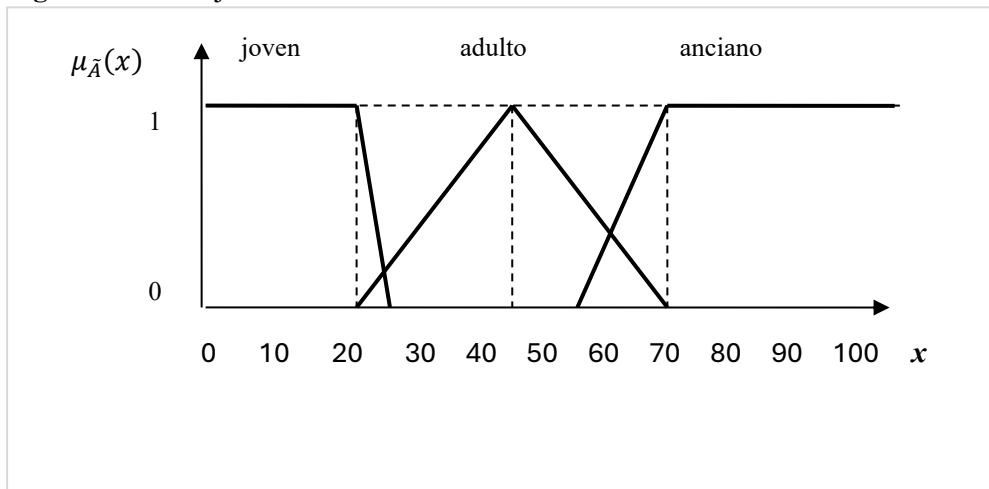
$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) \otimes (b_1, b_2, b_3) = (a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3) \quad (5)$$

$$\tilde{A} \oslash \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) \oslash (b_1, b_2, b_3) = (a_1/b_1, a_2/b_2, a_3/b_3) \quad (6)$$

La distancia entre dos números triangulares difusos se puede definir por la distancia Euclídeana:

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]} \quad (7)$$

Figura 4. Subconjuntos difusos



Fuente: propia de los autores

El Balanced Scorecard difuso (FBSC – *fuzzy balanced scorecard*)

El Balanced Scorecard (BSC) constituye una poderosa herramienta de gestión para las organizaciones que aporta una ventaja real y competitiva para la creación de valor en la cadena de producción y en el cumplimiento de las metas y objetivos de la unidad de negocios. El uso de esta herramienta se ve potencializada con la utilización de la lógica difusa. Las herramientas aportadas por las reglas de la inferencia difusa contribuyen a la confección e implementación del BSC y en una mejor utilización posterior del mismo debido a la cantidad de información complementaria que proporciona para una mejor toma de decisiones. En la formulación clásica del BSC, las variables se representan con números y el hecho de obviar que en la práctica los sucesos estén afectados por la imprecisión y la vaguedad y que necesitan incorporar en muchas ocasiones, variables cualitativas en el desempeño, dificulta el modelado matemático para obtener un resultado concreto que facilite, una vez más, la toma de

decisiones, (Mallo, et. al., 2005; Adarme-Jaimes, et. al., 2012). El BSC posibilita la administración del desempeño que alinea y enfoca los esfuerzos y recursos de la organización, utilizando indicadores de gestión para conducir las estrategias y crear valor a largo plazo, considerando las relaciones simultáneas entre ellos. La aplicación del BSC difuso es de forma estructural similar al modelo tradicional utilizado en las organizaciones (públicas y privadas) con la diferencia que los indicadores desarrollados se someten a metodologías complementarias utilizando conceptos y operaciones de lógica difusa. Los indicadores seleccionados y los valores de sus funciones de pertenencia se combinan en cada una de las cuatro perspectivas del BSC (financieras, clientes, negocios internos y aprendizaje y crecimiento) utilizando la base de regla difusa que contiene el conjunto de reglas *si-entonces*, desarrollada por la experiencia y el conocimiento de un equipo de medición del desempeño formado por personal con experiencia en el tema. El sistema de inferencia difusa combina el desempeño de los indicadores y se obtiene como salida de cada regla una salida difusa individual. Esta salida permite obtener un indicador de desempeño concreto (discreto/determinístico). La aplicación del modelo BSC difuso incluye la selección de indicadores, determinación de conjuntos difusos y funciones de pertenencia de los indicadores, método de inferencia difusa, construcción de sistemas de reglas y concretamiento (Adarme-Jaimes, Arango-Serna, & Cogollo-Florez, 2012), denominado también sistemas de difusificación.

En la literatura se reporta como Balanced Scorecard difuso a la integración de la metodología del BSC con metodologías de toma de decisiones como las siguientes: BSC con FMCDM (*fuzzy multi-criteria decision making*). Las técnicas de FMCDM son herramientas apropiadas para priorizar indicadores bajo ambientes sofisticados de la organización y en la toma de decisiones (Fouladgar, Yazdani-Chamzini, & Zavadskas, 2011). Las investigaciones se realizan bajo las siguientes ramas del FMCDM: FAHP (*fuzzy analytical hierarchy process*) y FTOPSIS (*fuzzy technique for order preference by similarity to ideal solution*). Las estrategias son determinadas utilizando la técnica SWOT (análisis FODA – fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas). Otros métodos utilizadas en combinación con el BSC son la técnica *Delphi difuso*, la técnica *VIKOR difuso*, la *FMEA difuso* (*failure mode and effects analysis – análisis de modos de falla y efectos-*), (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013) y (Yazdi & Haddadi, 2011); el *DEA* (*data envelopment analysis*) es también utilizado con la teoría difusa y el BSC



para implementar y generar el desempeño de los indicadores (Kuang-Hua, 2005) así como el *QFD* (*quality function deployment*) difuso y el BSC como el iniciador de acciones para transformar los KPIs (*key processes indicators*) en requerimientos de diseño y en requerimientos técnicos (Chen & Chang, 2008).

Fuzzy analytical hierarchy process (FAHP) –análisis difuso jerárquico de procesos

El análisis jerárquico de procesos (AHP –analytical hierarchy process) fue presentado por Saaty (1980), citado por Fouladgar, Yazdani-Chamzini, & Zavadskas, (2011) y es una técnica matemática para la toma de decisiones de tipo multicriterio. Este enfoque es adecuado para el tratamiento con sistemas complejos relacionados con la toma de una decisión a partir de varias alternativas, y con la cual se provee una comparación de las opciones consideradas. A pesar que la técnica AHP (*analysis hierarchical process*) incluye la opinión de expertos y realiza una evaluación de multicriterio, no es capaz de reflejar la vaguedad del pensamiento humano. Además, el AHP clásico toma en consideración los juicios definitivos de los tomadores de decisiones. Los expertos pueden preferir los juicios intermedios más que los juicios certeros. De esta manera, la teoría de conjuntos difusos realiza la comparación de los procesos de manera más flexible y capaz para explicar las preferencias de los expertos (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013). Este método se basa en una técnica de comparación matricial pareada. EL método AHP se basa en tres principios: (1) estructura del modelo, (2) juicio comparativo de las alternativas y los criterios y, (3) síntesis de las prioridades. En el método, si se define a $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ como un conjunto de objetos y $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ como un conjunto de objetivos, cada objeto se toma y se realiza un análisis de medida para cada objetivo g_i . Por lo tanto. Se puede obtener un análisis de medida con los siguientes signos: $M_{gi}^1, M_{gi}^2, \dots, M_{gi}^m$, donde $i = 1, 2, \dots, n$. Donde todos los M_{gi}^j ($j = 1, 2, \dots, m$) son números triangulares difusos. Los pasos del análisis se muestran a continuación (Fouladgar, Yazdani-Chamzini, & Zavadskas, 2011).

Paso 1. El valor de la medida sintética difusa con respecto al *i*avo objeto se define como:

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} \quad (8)$$

Para obtener $\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$, se ejecuta la operación de adición difusa de m valores de análisis para una matriz particular como esta:



$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \sum_{j=1}^m l_i, \sum_{j=1}^m m_i, \sum_{j=1}^m u_i \quad (9)$$

Para obtener $\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j\right]^{-1}$, se realiza la operación de adición difusa de los valores de M_{gi}^j ($j = 1, 2, \dots, m$):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \sum_{j=1}^m l_i, \sum_{j=1}^m m_i, \sum_{j=1}^m u_i \quad (10)$$

Entonces realice la operación de la inversa del vector, tal que:

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j\right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i}\right) \quad (11)$$

Paso 2. El grado de posibilidad de $M_2 = (l_2, m_2, u_2) \geq M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ se define como

$$V(M_2 \geq M_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{M_1}(x), \mu_{M_2}(y))] \quad (12)$$

Y puede ser equivalentemente expresada como sigue:

$$V(M_2 \geq M_1) = hgt(M_1 \cap M_2) = \mu_{M_2}(d) = \begin{cases} 1 & \text{si } m_2 \geq m_1 \\ 0 & \text{si } l_1 \geq u_1 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - u_1)} & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (13)$$

Donde d es la ordenada del punto más alto de la intersección D entre μ_{M_1} y μ_{M_2} , ver la figura 5. Para comparar M_1 y M_2 , se necesita ambos valores de $V(M_1 > M_2)$ y $V(M_2 > M_1)$.

Paso 3. El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que k números convexas difusos M_i ($i = 1, 2, \dots, k$) se puede definir por

$$V(M > M_1, M_2, \dots, M_k) = V[(M > M_1) \text{ y } (M > M_2) \text{ y } \dots \text{ y } (M > M_k)] = \min V(M > M_i), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (14)$$

Y se asume que $d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k)$

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T \quad (15)$$

Donde A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) son n elementos.

Paso 4. Vía normalización, el peso de los vectores normalizados son:

$$W = (d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n))^T, \quad (16)$$

Donde W es un número no difuso.

Método VIKOR difuso

El método VIKOR ha sido desarrollado como un método de toma de decisiones (MCDM) para resolver problemas de multi-criterio con conflictos de criterio. Se enfoca en la clasificación y selección de un conjunto de alternativas y determina soluciones para un problema con conflictos de criterio, el cual puede ayudar a los tomadores de decisiones a alcanzar una decisión final (Ardekani, Sharifabadi, Jalaly, & Zarch, 2013). El método VIKOR difuso ha sido desarrollado para determinar la solución compromiso de un problema de multi-criterio difuso

$$D = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{vmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{vmatrix} \end{matrix} \quad (17)$$

Donde la matriz A_j representa la opción i , x_j indica el índice j y x_{ij} muestra el valor del índice de j para la alternativa x .

El método difuso VIKOR incluye los siguientes pasos:

1. Se determinan las matrices normalizadas usando las siguientes ecuaciones:

$$f_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} \quad (18)$$

2. Se determina la solución positiva ideal (A^+) y se determine la solución ideal negativa (A^-) usando las siguientes relaciones:

$$A^+ = \{(\max f_{ij} | j \in J) \text{ o } (\min f_{ij} | j \in J) \mid i = 1, 2, \dots, m\} = \{f_1^+, f_2^+, \dots, f_j^+, \dots, f_n^+, \} \quad (19)$$

$$A^- = \{(\min f_{ij} | j \in J) \text{ o } (\max f_{ij} | j \in J) \mid i = 1, 2, \dots, m\} = \{f_1^-, f_2^-, \dots, f_j^-, \dots, f_n^-, \} \quad (20)$$

3. Se calcula el óptimo (S_i) y la cantidad adversa (R_i) por cada una de las opciones utilizando las siguientes relaciones:

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j (f_j^+ - f_{ij}) / (f_j^+ - f_j^-) \quad (21)$$

$$R_i = \max_j [w_j (f_j^+ - f_{ij}) / (f_j^+ - f_j^-)] \quad (22)$$

En las ecuaciones anteriores S_i y R_i respectivamente son la cantidad de cada uno las opciones favorables y desfavorables y w_j , el peso de cada medición.

4. El índice VIKOR difuso es calculado utilizando la siguiente ecuación:

$$Q_i = v \left[\frac{S_i - S^+}{S^- - S^+} \right] + (1 - v) \left[\frac{R_i - R^+}{R^- - R^+} \right] \quad (23)$$

En la ecuación de arriba, Q es la cantidad de VIKOR difuso para las opciones i .

$$S^+ = \min S_i; S^- = \max S_i; R^+ = \min R_i; R^- = \max R_i \quad (24)$$

Como un peso grupal de utilidad máxima suele ser considerada como 0.5

5. Opciones de clasificación: la opción la cual tiene el menor peso asignado a la técnica VIKOR difuso es la mejor opción.

CONCLUSIONES

El Balanced Scorecard asociado con las expresiones matemáticas de la lógica difusa provee un enfoque novedoso en el modelado de la imprecisión que caracteriza a las opiniones de los directivos de la organización. Los pasos enumerados en las técnicas difusas se pueden considerar de mediana a baja complejidad por lo que son susceptibles de programación como algoritmos numéricos. El modelado de los indicadores del BSC utilizando lógica difusa pretende verse como una extensión de la lógica clásica, por lo que no debe existir contradicción en los resultados cuando comparamos ambas técnicas. El modelo del BSC difuso, cualquiera que sea la técnica que convierte al BSC en difuso, permite obtener un valor numérico concreto como índice global de cada una de las perspectivas del BSC para evaluación de los indicadores específicos propuestos. Este valor sirve como información fundamental para una mejor toma de decisiones. Esta estructura del BSC difuso es de tipo general, por lo que puede derivarse un modelo particular para la organización y ajustar esta estructura a las necesidades y características propias de la misma. Como aporte de la lógica difusa al BSC, se tiene a las variables lingüísticas (fundamentadas en la opinión de los expertos), las cuales pueden ser operadas de una manera, como variables cualitativas, para después ser convertidas en variables cuantitativas y de esta manera realizar operaciones matemáticas para un mejor manejo de la información.

El enfoque del Balanced Scorecard se compone normalmente de cuatro perspectivas. Cada una de estas cuatro perspectivas está conectada a las demás y la mejora en un área de las cuatro no garantiza el éxito en las restantes perspectivas. Con la incorporación de la lógica difusa se debe hacer notar que la efectividad del BSC en relación a las perspectivas, estas no son de la misma importancia y los índices

proporcionados representan el peso específico de cada una de ellas por lo que se puede tomar la decisión de cuál de ellas es la que demanda una atención rápida.

Para que el BSC sea considerado como difuso, debe contener características de la lógica difusa. Estas propiedades y características difusas son proporcionadas por varias técnicas, herramientas y métodos y su uso dependerá de la situación particular de la organización. Entre estos se tienen a el método *Delphi difuso*, *el análisis difuso jerárquico de procesos (AHP)*, *a la técnica difusa para el orden y preferencia por similitud para soluciones ideales (FTOPSIS)*, *el método DEA –data envelopment analysis-* y *la función de despliegue de la calidad –QFD-* entre los principales. No es solamente una técnica la que otorga la característica de FBSC, por lo que el panorama de aplicación es amplio y su aplicabilidad se sitúa en diversas ramas de la gestión de la organización.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Adarme-Jaimes, W., Arango-Serna, M. D., & Cogollo-Florez, J. M. (2012). Medición del desempeño para cadenas de abastecimiento en ambientes de imprecisión usando lógica difusa. *Ingeniería Universidad de Colombia*, XXVI (1), pp. 95-115.
- Ardekani, S. S., Sharifabadi, A. M., Jalaly, M., & Zarch, M. E. (2013). Comprehensive Performance Evaluation Using FAHP - FVIKOR Approach Based on Balanced Scorecard (BSC): A Case of Yazd's Ceramic and Tile Industry. *Iranian Journal of Management Studies (IJMS)*, VI (2), pp. 81-104.
- Chen, C. H., & Chang, Y. H. (2008). Enhancing the design of air cargo transportation services via an integrated fuzzy approach. *Total Quality Management*, XIX (6), pp. 661-680.
- Chun-Teh, W., Tsai, H.-T., Meng-Hsun, S., & Fu, H.-H. (2010). Government performance evaluation using a balanced scorecard with a fuzzy linguistic scale. *The Service Industrial Journal* XXX (3), pp. 449-462.
- Fouladgar, M. M., Yazdani-Chamzini, A., & Zavadskas, E. K. (2011). An Integrated Model for Prioritizing Strategies of the Iranian Mining Sector. *Technological and Economic Development of Economy*, XVII (3), pp. 459-483.
- Hung, J. Y. (2012). A Study on the Establish and Evaluation of Adult Day Care Service Centers. *Global Journal of Business Research*, VI (5), pp. 19-34.



- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (1996). Linking the Balanced Scorecard to Strategy. *California Management Review* , XXXIX (1), pp. 53-79.
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (Enero-Febrero de 1992). The Balanced Scorecard - Measures that Drive Performance. *Harvard Business Review* , pp.70-80.
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (1996). *The Balanced Scorecard: Translating Strategy into Action*. Boston, MA, E.U.: Harvard Business Review Press.
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (Julio-Agosto 2007 de 2007). Using the Balanced Scorecard as a Strategic Management System. *Harvard Business Review* , pp. 1-13.
- Kaplan, R. S., & Norton, D. P. (2006). Why System, not Structure, is the way Toward Strategic Alignment: A Historical Perspective. *Balanced Scorecard Report* , VIII (4), 1-16.
- Kuang-Hua, H. C. (2005). Using Balanced Scorecard and Fuzzy Data Envelopment Analysis for Multinational R & D Project Performance Assessment. *The Journal of American Academy of Business* , VII (1), pp. 189-196.
- Mallo, P. E. (2005). La medición de variables cualitativas en el Balance Scorecard. Un aporte de la lógica difusa. *Congreso Metropolitano de Ciencias Económicas*. Buenos Aires.
- Talebna, G. (2012). The major perspectives weighted model for balanced scorecard system in the case of auto industries. *Indian Journal of Science and Technology* , V (10), pp. 3412-3420.
- Yazdi, A. K., & Haddadi, M. (2011). Integration of Balanced Scorecard and Fuzzy FMEA for Designing Road Map. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* , V (9), pp. 907-916.
- Zapa-Hernández, E. R. (2012). *Desarrollo de un modelo de implementación del Balanced Scorecard con lógica difusa para la toma de decisiones en una empresa de servicios del sector eléctrico*. Trabajo de Grado para optar al título de Máster en Ingeniería Administrativa, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas. Escuela de Ingeniería de la Organización, Medellín.

