

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), septiembre-octubre 2025,
Volumen 9, Número 5.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i5

GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN QUINTO DE PRIMARIA PARA ANALIZAR LA ACTIVIDAD EN LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

**GENERALIZATION OF PATTERNS IN FIFTH GRADE TO
ANALYZE ACTIVITY IN THEORY OF OBJECTIFICATION**

Sindy Paola Joya Cruz

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Rodolfo Vergel Causado

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rem.v9i6.21159

Generalización de Patrones en Quinto de Primaria para Analizar la Actividad en la Teoría de la Objetivación

Sindy Paola Joya Cruz¹

spjoyac@udistrital.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-5863-8328>

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia

Rodolfo Vergel Causado

rvergelc@udistrital.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-0925-3982>

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia

RESUMEN

Este trabajo de naturaleza teórica enmarcado en la Teoría de la Objetivación explora la idea de Actividad concebida como Labor Conjunta, estructurada a partir de dos ejes fundamentales: la Ética Comunitaria y la Obra Común. Su objetivo es presentar empíricamente la constitución de una actividad en clase de matemáticas a través de una metodología multisemiótica enfocada en el análisis de la producción conjunta, de significados en una tarea de generalización de patrones. La investigación se llevó a cabo con estudiantes de quinto de primaria (10-11 años) y su profesora, trabajando mediante un proceso dialógico y mediado por diferentes sistemas semióticos, para deducir una expresión que generaliza una secuencia de patrones. El análisis pone de manifiesto cómo la actividad matemática se configura como forma de vida siempre que el aprendizaje está situado en relaciones de reconocimiento y colaboración. Los resultados muestran que una actividad en la que se convoque la alteridad — entendida como reconocimiento mutuo entre el Yo y el Otro Yo— transforma las dinámicas de interacción social y formas de aprendizaje, poniendo de manifiesto una dimensión ética de conocer y de actuar juntos.

Palabras clave: ética comunitaria, generalización de patrones, labor conjunta, obra común, pensamiento algebraico

¹ Autor principal.

Correspondencia: spjoyac@udistrital.edu.co

Generalization of Patterns in Fifth Grade to Analyze Activity in Theory of Objectification

ABSTRACT

This theoretical work, framed within the Theory of Objectification, explores the idea of Activity conceived as Joint Labor, structured around two fundamental axes: Community Ethics and Common Work. Its objective is to empirically present the constitution of an activity in a mathematics class through a multisemiotic methodology focused on the analysis of the joint production of meanings in a pattern generalization task. The research was carried out with fifth-grade students (10-11 years old) and their teacher, working through a dialogical process mediated by different semiotic systems to deduce an expression that generalizes a sequence of patterns. The analysis highlights how mathematical activity is configured as a way of life whenever learning is situated in relationships of recognition and collaboration. The results show that an activity that calls for otherness—understood as mutual recognition between the Self and the Other Self—transforms the dynamics of social interaction and forms of learning, revealing an ethical dimension of knowing and acting together.

Keywords: community ethics, generalization of patterns, joint labor, common work, algebraic thinking

*Artículo recibido 25 setiembre 2025
Aceptado para publicación: 25 octubre 2025*



INTRODUCCIÓN

El presente artículo presenta resultados de una investigación más amplia que ha sido desarrollada en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (DIE-UD), que busca comprender la evolución del pensamiento algebraico en correspondencia con la constitución de la actividad concebida como labor conjunta, desde los principios teóricos de la Teoría de la Objetivación. El estudio revisa el problema de cómo las prácticas escolares de matemáticas pueden conformarse en espacios de desarrollo ético y social, y no sólo cognitivo. En particular, nos pregunta en qué medida el pensamiento algebraico temprano, mediado por la interacción y el reconocimiento mutuo, puede dar lugar a la toma de conciencia matemática y a procesos de formación humana. Esta reflexión surge ante la necesidad y la imperiosa urgencia que parece estar cobrando fuerza, cada vez más manifiesta en la Educación Matemática contemporánea, de reflexionar sobre las prácticas pedagógicas que deben atender a las tensiones sociales, culturales y afectivas que atraviesan el aula.

Desde la Teoría de la Objetivación (Radford, 2023) se piensa en el aprendizaje como un proceso social, cultural e histórico de objetivación de los conocimientos. A partir de aquí, la actividad, la ética comunitaria y la alteridad son categorías que permiten analizar cómo la actividad conjunta transforma las formas de interacción y el modo en que las personas se constituyen en el acto de conocer. El trabajo se desarrolla, desde una óptica cualitativa, en un contexto escolar colombiano con estudiantes de grado quinto y trata de mostrar que, en el trabajo colectivo de la generalización de patrones, aparecen formas de actividad que van más allá de la resolución de tareas matemáticas, las cuales se van constituyendo como formas de vida. El objetivo general consiste en evidenciar, a partir del análisis de la práctica de aula, en qué consiste la actividad en términos de laboral conjunta y su relación con el desarrollo del pensamiento algebraico.

Actividad en la teoría de la objetivación

La actividad a la que se hace referencia en la Teoría de la Objetivación tiene un sentido diferente a las concepciones habituales que reducen la actividad a una serie de acciones que son realizadas por un sujeto con el fin de alcanzar un objetivo determinado (Radford, 2023).



La actividad se concibe a partir de cuatro dimensiones (Radford, 2021a): (1) *Dimensión constitutiva*: Textura o entramado de la actividad, refiere a una especie de energía, sensible y sensual, material e ideal, discursiva y gestual; (2) *Dimensión ontológica*: Forma de vida, que permite la realización como seres humanos; (3) *Dimensión relacional*: Organizada alrededor de la ética comunitaria; Y (4) *Dimensión epistemológica*: Como órgano kinestésico, donde los sujetos producen y reproducen los objetos del saber.

La actividad es un sistema dinámico en el que los sujetos interactúan colectivamente con un fuerte sentido social, por tanto, es considerada como una forma de vida, en la que los sujetos se inscriben en la sociedad y producen conjuntamente (Radford, 2023). Esta actividad, para distinguirla de otras es denominada labor conjunta e implica que en el aula de clases tanto estudiantes como profesor van a laborar conjuntamente, relacionándose para buscar la satisfacción de una necesidad; esto envuelve la idea en la que toda su energía estará encaminada a realizar un acercamiento crítico y reflexivo de los saberes culturales (Vergel & Miranda, 2020) que a su vez los posicionaran como sujetos sociales, históricos y culturales. En este sentido, Radford define la labor conjunta como:

La actividad conjunta (deyatel'nost' en ruso) llevada a cabo por el profesor y los estudiantes, una forma de energía cuya textura incluye el flujo de componentes emocionales, afectivos, éticos e intelectuales y materiales de donde emergen las matemáticas y en donde ocurren los procesos de objetivación y subjetivación. (Radford, 2018a, p. 75)

La actividad que se encamina hacia una labor conjunta tiene de trasfondo la idea del estudiante y el profesor desde posibilidades que ofrece el marco social, político, histórico y cultural (Radford, 2020a) en el que se posicionan y que además da muestra de las intenciones en el aula por encontrar tipos de pensamiento que han sido históricamente constituidos, como es el caso del pensamiento algebraico. A su vez, atendiendo a los planteamientos de Marx, una labor no alienante se caracteriza por una producción como seres humanos, afirmándose desde el Otro y el Yo (Radford, 2020a). Así, la labor no alienante es inevitablemente una cuestión ética, entendiéndose la ética como la forma de la alteridad, la forma de la relación al Otro.



Para comprender mejor la labor conjunta se han establecido dos categorías clave que se encuentran estrechamente relacionadas y que reconocen la actividad como una entidad fundamentalmente ética; esto, implica que se reconoce más allá de su objeto o motivo. Estas categorías son las formas colectivas específicas de producción de saber y los modos definidos de colaboración humana basados en una ética comunitaria.

(1) Formas colectivas específicas de producción de saber

Esta categoría refiere a cómo los individuos generan saberes; implica que se tome en cuenta la manera como las ideas circulan dentro del aula, particularmente desde el reconocimiento de esfuerzos colectivos que están profundamente influenciados por la historia y la cultura. En este contexto, se destaca el papel de la movilización del conocimiento en el aula, junto con la dimensión conceptual de la actividad. Así como señala Radford (2018a) se presta atención a la selección y organización de los problemas que se plantearán a los estudiantes y que serán discutidos, analizados y debatidos críticamente.

En estos procesos de producción colectiva, tanto docentes como estudiantes trabajan juntos para lograr una comprensión profunda de los conceptos matemáticos (Radford, 2020b) y juega relevancia los criterios de verdad en la producción del saber. En este sentido, el saber se encuentra a través de procesos colectivos de objetivación, permitiendo una evolución gradual de los niveles de conceptualización matemática. Esto fija la mirada en lo que Hegel (2001) ha llamado la obra en común, donde los estudiantes y los profesores producen juntos en el aula; pero no solo se producen saberes, también se producen subjetividades (Radford, 2021d), por eso la importancia del vínculo con la siguiente categoría.

(2) Modos definidos de colaboración humana

Esta categoría está asociada a las maneras históricas y culturales en que los sujetos cooperan entre sí (Radford, 2014a), dejando en evidencia la necesidad de que el estudiante y el profesor se mantengan activos. Así, lo esencial es la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que adoptan una postura crítica en las prácticas matemáticas, lo cual está unido con la concepción de una ética de carácter comunitario.

En esta ética comunitaria se busca eliminar las barreras tradicionales entre estudiantes y profesores, creando un entorno donde se fomenta la apertura hacia los demás, la responsabilidad, la solidaridad, el cuidado y una conciencia crítica (Radford, 2018b). Así, la ética es caracterizada como “una relación



fluida, personal y cultural de responsabilidad entre el uno y el otro; o, de manera más general, como la forma de la alteridad” (Radford, 2020b, p. 33). Esta ética se configura a partir de tres vectores que constituyen la estructura esencial de la subjetividad y solo puede aparecer a través de la práctica, en la búsqueda del reconocimiento del otro como ser natural y libre (Radford, 2021b). Estos vectores son: Compromiso hacia los demás o compromiso en el trabajo conjunto, Responsabilidad y Cuidado del Otro.

Estos vectores deben integrarse para formar un espacio ético desde el cual surjan nuevas formas de subjetividad (Radford, 2021b). Sin embargo, es importante destacar que estos no se generan de manera automática, sino que necesitan ser impulsados, vividos y aplicados para que se materialicen de manera efectiva.

Reconocemos que las formas colectivas específicas de producción de saber y los modos definidos de colaboración humana no surgen de manera espontánea, sino que son el resultado de relaciones que se desarrollan a lo largo del tiempo, que se encuentran en perpetuo movimiento. Estas formas son construcciones culturales e históricas que incluyen aspectos materiales, sociales y espirituales.

Discutir sobre el pensamiento algebraico temprano y la actividad nombrada como labor conjunta emerge como una propuesta para pensar y materializar interacciones educativas donde los estudiantes co-producen saberes matemáticos vinculados con relaciones de reconocimiento, reciprocidad y compromiso ético. En este sentido, el objetivo de este artículo es mostrar cómo una tarea de generalización de patrones permite describir una actividad que se configura en términos de una labor conjunta; una actividad en la que tiene presencia la ética comunitaria.

Pensamiento Algebraico

Socas (2011) indica que las investigaciones sobre el pensamiento algebraico se han enfocado en dos aspectos principales: (1) el análisis de sus características, los niveles de organización y los problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje, y (2) el estudio de los procesos de resolución en tareas específicas. La iniciativa del álgebra temprana propone introducir formas de pensamiento algebraico en la educación primaria (Blanton & Kaput, 2005; Kaput, 2000; Kaput et al., 2008; Brizuela et al., 2013) para favorecer el tránsito de la aritmética al álgebra de los estudiantes y algebrizar el currículo.



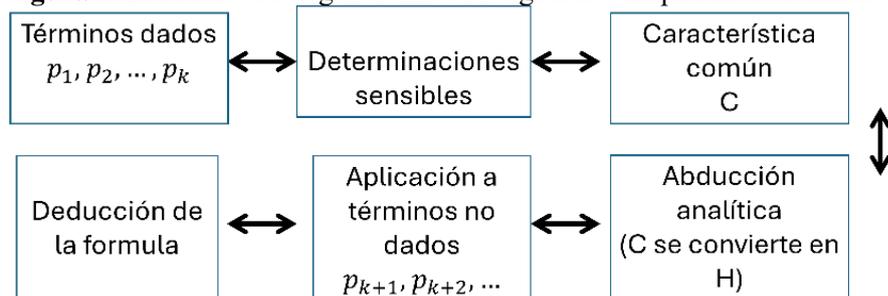
De esta manera, algebrizar la matemática elemental significa entrenar a los estudiantes para que desarrollen un pensamiento más general y para que sean capaces de expresar y comunicar esa generalidad de manera más efectiva; reconociendo que el álgebra no es un cuerpo de conocimiento estático (Joya, 2023), ya que presenta características evolutivas que cambian con el tiempo. Una constante es que los estudiantes en primeros grados de escolaridad se familiarizan más con estructuras de naturaleza aritmética, prefieren las operaciones entre números sobre las relaciones entre ellos (Castro & Herrera-Restrepo, 2024).

Desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación, el pensamiento algebraico está caracterizado por tres condiciones (Radford, 2021c): los objetos del razonamiento, la manera en que los objetos son simbolizados y cómo se razona sobre los objetos del razonamiento. En este sentido, el pensamiento algebraico es pura posibilidad y para reconocerlo se identifica como elemento clave la manera como se tratan las cantidades indeterminadas de manera analítica (Radford, 2013a). Para lograr este reconocimiento se consideran tres características estrechamente relacionadas: sentido de indeterminancia, analiticidad y designación simbólica o expresión semiótica (Joya, 2023; Radford, 2018c; Vergel, 2019). Una de las maneras de llegar a tratar las cantidades indeterminadas de manera analítica ha sido a través de la generalización de patrones (Rojas & Vergel, 2018), como uno de los procedimientos principales de producción del conocimiento que permiten el desarrollo del pensamiento algebraico.

En el estudio sobre generalización de patrones, como reportan Radford (2013a) y Vergel (2015b, 2015a, 2019) se evidencia que los estudiantes de primaria realizan generalizaciones algebraicas sin la necesidad de recurrir al uso de signos alfanuméricos. Una generalización algebraica se da cuando se pasa de lo concreto y perceptible a lo que no es directamente observable. Este proceso depende de cómo se maneje lo general e implican una sensibilidad por parte del profesor para valorar, analizar y potenciar las producciones de los estudiantes. Radford (2013a) propone la siguiente estructura relacionada con la generalización algebraica de patrones:



Figura 1. Estructura de la generalización algebraica de patrones. Tomada de Radford (2013a, p. 7).



Esta estructura se basa en el reconocimiento de una propiedad común observada en términos específicos de una secuencia que sugieren que la o las propiedades podrían ser generalizables.

Cuando se aplica la propiedad a términos subsecuentes se reconoce y generaliza la característica a otros términos de la secuencia, atendiendo a lo Peirce (1931) reconoce como un proceso de predicción. Y finalmente el uso de la propiedad común para deducir una expresión general en la que se es capaz de calcular el valor de cualquier término de la secuencia. Esto implica una forma de razonamiento *analítico*, en la que la generalización deja de ser una posibilidad y se convierte en un principio asumido para generar una expresión (ya sea simbólica o no) que calcule el valor de cualquier término de la secuencia.

METODOLOGÍA

Para el análisis, la atención se dirige a la perspectiva multimodal del pensamiento humano donde se reflexiona respecto a la emergencia de recursos semióticos como parte de los actos de conocimiento. Siguiendo la metodología multisemiótica en el que intervienen la percepción, los gestos, los símbolos matemáticos, el cuerpo y el lenguaje natural (Radford, 2013a; Vergel, 2015b) para evidenciar el pensamiento. Dentro del diseño metodológico se consideran cuatro momentos: (1) Configuración o diseño de la tarea, (2) Intervención de aula para la recolección de información, (3) Análisis e interpretación de datos y (4) Generación de teoría. Estos momentos permiten evidenciar cualitativamente cómo la actividad en términos de labor conjunta emerge en relación con la evolución del pensamiento algebraico.

Participantes del estudio

Los participantes son seleccionados de una clase de grado quinto del Colegio Isabel II, una institución pública de Bogotá (Colombia). La unidad de análisis se constituye en la actividad de cinco estudiantes

(10-11 años) y la profesora al abordar una tarea relacionada con una secuencia figural con apoyo tabular en una clase de matemáticas. En ella analizamos la constitución de la actividad como labor conjunta a partir de la emergencia y potencial evolución del pensamiento algebraico y la presencia de los vectores de la ética comunitaria. Los estudiantes participan en el abordaje de 7 tareas durante 14 sesiones. La tarea que se presenta es la tarea número cuatro y corresponde a la sesión número seis.

Recopilación de datos

Se utiliza como medio de recolección de información la grabación de audio y video, hojas de trabajo de los estudiantes y diario de campo de la docente. Con ellos, se realiza una selección de episodios que consideramos son sobresalientes y que posteriormente se transcriben de manera textual resaltando interacciones verbales y no verbales, con la inclusión de imágenes y comentarios a la luz de los lentes de la Teoría de la Objetivación. Estos elementos son puestos en discusión para el reconocimiento de medios semióticos de objetivación tales como objetos, herramientas, dispositivos lingüísticos y signos que son usados intencionalmente para la creación de significado (Radford, 2003) y que llevan a los estudiantes a la toma de conciencia para, en este caso, expresar sus generalizaciones.

Procedimientos y protocolos

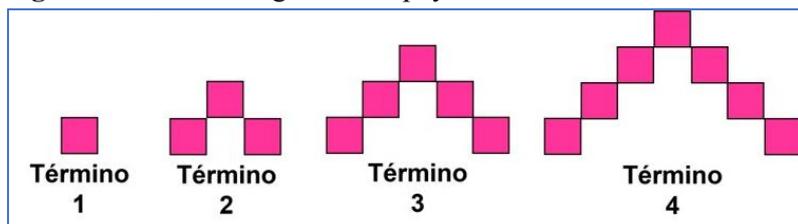
La recolección de la información se llevó a cabo durante la sesión seis, en la que se desarrolla la tarea número cuatro. Se selecciona un grupo de cinco estudiantes que a la luz de los intereses investigativos dan muestra de elementos para caracterizar el pensamiento algebraico. A continuación, se presenta la tarea abordada, la cual es entregada a los estudiantes para realizar dos abordajes: uno individual para posicionarse críticamente ante los términos y uno colectivo en el que se comparten hallazgos, se determinan características comunes y se trabaja hombro a hombro para el establecimiento de una generalidad.

Tarea de secuencia figural con apoyo tabular

La tarea que se presenta está relacionada con una secuencia figural con apoyo tabular en la que los estudiantes pueden visualizar los términos: T1, T2, T3 y T4.



Figura 2. Secuencia figural con apoyo tabular.



Se pide a los estudiantes que determinen la cantidad de cuadrados que tiene algunos términos próximos que pueden ser representados (T5 y T6) y términos remotos que deben ser tratados para determinar las cantidades y su ubicación sin necesidad de recurrir a una representación completa (T10 y T50). El término general corresponde a la forma $2n - 1$ con $n = 1,2,3,\dots$ donde n es el número del término. Para el desarrollo de la tarea, los cinco estudiantes están ubicados en una sola mesa de trabajo donde pueden compartir y discutir entre ellos y con la profesora respecto a sus consideraciones de lo que ocurre con los términos de la secuencia

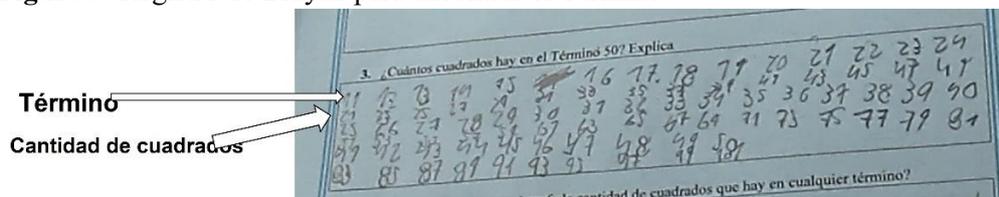
RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para analizar la evolución del pensamiento algebraico en relación con la actividad configurada como labor conjunta, se establece como categorías analíticas las formas colectivas específicas de producción de saber y los modos definidos de colaboración humana descritos en la caracterización de la actividad.

Episodio y análisis

En este episodio participan la profesora y cinco estudiantes de grado quinto: Michell, María, Brayan, Shaira y Cristian. La discusión gira en torno a identificar la cantidad de cuadrados que tiene T50; para ello, Brayan realiza el siguiente registro:

Figura 3. Registro de Brayan para encontrar el Término 50



En el registro de Brayan, él utiliza un esquema de dos filas, en el que la primera hace referencia al Término y la segunda a la cantidad de cuadrados que ha considerado. Por ejemplo, el T11 tiene 21 cuadrados, el T12 tiene 23 cuadrados, y así sucesivamente.

Sin embargo, en este registro T50 tiene 101 cuadrados, algo que para los estudiantes del grupo es una respuesta incorrecta, por lo cual se produce la conversación (que es transcrita) para determinar qué es lo que está pasando.

[L1] **Michell:** *Él está contando de uno en uno*

[L2] **Brayan:** *Ahí están los números abajo*

[L3] **Michell:** *¡Eso está más mal profe!*

[L4] **Brayan:** *Son los números que están abajo, los otros son.... La posición...*

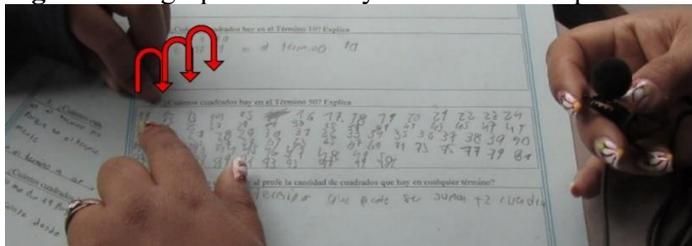
[L5] **Profe:** *Son la posición, lo que nosotros decimos término ¿Cierto Brayan?*

[L6] **Brayan:** *¡Sí! Los otros son lo que estoy sumando.*

[L7] **Profe:** *Entonces este.... El [Término] 11 sería 21; el [Término] 17 sería 35. [La profesora y Brayan van señalando los términos y desplazándose a través del registro con los dedos].*

[L8] **Brayan:** [Afirma con la cabeza]. *Sí ven, par de raros.*

Figura 4. El grupo señalando y tratando de comprender lo que hace Brayan.



En el registro realizado por Brayan se observa que existe una correspondencia uno a uno entre el Término y la cantidad de cuadrados que lo componen. Identifica la comunalidad de sumar +2 en el cambio de cada Término, empezando por T11; sin embargo, para llegar a determinar lo que pasa en T50 requiere del registro uno a uno para indicar la cantidad de cuadrados. En este sentido, se presenta una *generalización aritmética de patrones* en la que, aunque se encuentre una comunalidad, ésta no es usada para realizar expresiones que permitan calcular términos desconocidos de la secuencia, no existe deducción. Aún se necesita de casos específicos para poder encontrar un Término; evidenciando el importante rol del uso de déicticos para acompañar las acciones que describen los estudiantes, como es el caso de señalar y saltar entre cada uno de los términos referidos al tiempo que mencionan el número del Término.

Se observa también que en L3 Michell afirma “*¡Eso está más mal profe!*”. Desconociendo la producción de su compañero y descalificando su trabajo, señalando que fue realizado de manera inapropiada. Este contexto refleja dinámicas de poder en las que el conocimiento se valida según las normas tradicionales de la escuela, de la cual provienen estos estudiantes, donde el profesor es el encargado de proporcionar respuestas y determinar su validez (Joya & Vergel, 2024).

El grupo de estudiantes afirman entender el registro de Brayan, sin embargo, no están de acuerdo con el registro y sobre todo con la respuesta de T50; en particular porque algunos consideran que T50 tiene 99 cuadrados y otros que T50 tiene 101 cuadrados.

[L9] **Profe:** *¿Es 99 o es 101?*

[L10] **Cristhian:** *¡99 profe!*

[L11] **Brayan:** *¡101! Ahí está el [Término] 50 [Señala el registro].*

[L12] **Michell:** *¡No! Es 99. Compare con esto [Dirigiéndose a la hoja de trabajo de Shaira].*

[L13] **Brayan:** *¡No!*

[L14] **Shaira:** *Yo ya lo dejé hablar.*

En L10 y L12 se observa como Cristhian y Michell establecen una distinción entre los estudiantes, basada en la noción de plusvalía (Iliénkov, 1977). En este sentido, como Shaira es reconocida como una estudiante que siempre le va bien en matemáticas, asumen que su respuesta es correcta, sin conocer lo que ha realizado. Sin embargo, en L13 Brayan se niega a reconocer la respuesta otorgada por ella como correcta.

En L14 se observa como Shaira llama la atención de Brayan para que la escuche, para que le permita hablar. Esto refleja que la interacción social ocurre dentro del marco de la alteridad, en el reconocimiento del Otro y en la posibilidad de compartir y reflexionar sobre lo que hacen. En este sentido, destacamos que no podemos ver a los sujetos de manera aislada a la sociedad en la que viven; siguiendo a Fischbach (2023), los sujetos no solo son seres naturales y relacionales, sino también seres sociales, lo que los sitúa en un contexto de relaciones que son una extensión del mundo natural.

De esta manera, Shaira procede a mencionar que no necesita hacer todo el listado de números para saber la cantidad de cuadrados, tal como hizo Brayan, y procede a explicar cómo entiende la configuración de la secuencia.

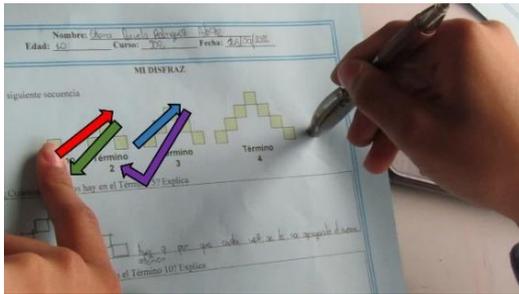


[L15] **Shaira:** *Profe, es que por ejemplo yo...* [Señala T2]. *Acá dos* [mueve el esfero en la dirección de la **flecha roja** haciendo referencia a dos cuadrados] *y colocaron el uno* [mueve el esfero en la dirección de la **flecha verde** señalando el texto “Término 1”].

[L16] **Shaira:** *Tres* [señalando en **flecha azul** el T3] *y le colocaron el dos* [señalado en **flecha morada** señalando el texto “Término 2”].

[L17] **Profe:** *¿Si entendieron lo que hizo Shaira?* [Los estudiantes se miran asombrados].

Figura 5. Shaira explicando la manera como generaliza.



En L15 y L16 se observa una coordinación multimodal de recursos semióticos utilizados por Shaira; ella utiliza gestos indexicales para señalar la forma como cada Término se moviliza. Mantiene doble señalamiento de ascenso y retoma el término anterior, lo que ha sido descrito a través del movimiento entre las flechas que ascienden y las flechas que descienden. Para ella, no es necesario realizar todo el conteo, ni ejemplificar la totalidad de cuadrados; en este sentido, reconoce la comunalidad desde la composición de la figura de acuerdo con su configuración espacial.

Sí ella, por ejemplo, quiere saber la cantidad de cuadrados que tiene el T10, reconoce que hay 10 cuadrados que suben y 9 cuadrados que bajan para un total de 19 cuadrados. Así, Shaira realiza una generalización en la que reconoce la posición, la cantidad de cuadrados y la manera como estos se comportan sin importar el término que quiera conocer. Ha establecido una generalización algebraica.

Sin embargo, de lo que se trata esto no es de ver cómo unos estudiantes logran de manera más sofisticada demostrar sus hallazgos, sino de reconocer como de manera colectiva pueden trabajar por esa obra común y así encontrarse con formas culturales de ser y hacer. En este sentido, el grupo de estudiantes en compañía de la profesora proceden a reconstruir la manera como Shaira y Brayán están encontrando la cantidad de cuadrados en cada término para definir en un trabajo hombro a hombro la cantidad de cuadrados de T50.

[L18] **Cristhian:** *Es que a cada uno se le suman dos* [señala con dos dedos/ **flecha roja**]

[L19] **Shaira:** *Cuáles, yo lo que estoy diciendo es que al [Término] 2 se le agregó uno. Al [Término] 3 se le agregó dos* [señala con un dedo / **flecha verde**]. *Al [Término] 4 se le agregó tres.*

[L20] **Profe:** *¿Sí entendieron?*

[L21] **Brayan:** *Le agregan dos, no uno....*

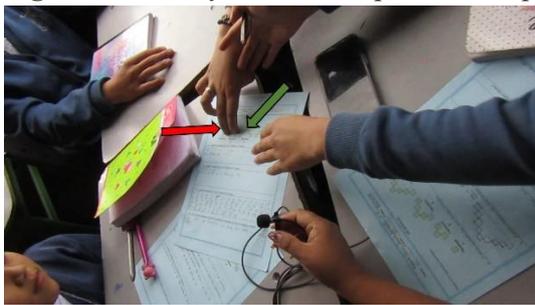
[L22] **Cristhian:** *Si, pero se van sumando dos, igual.*

[L23] **Profe:** *¡Sí, claro!*

[L24] **Shaira:** *¡Es lo mismo!*

[L25] **Cristhian:** *Sí es lo mismo para qué peleamos* [quita la hoja del centro de la mesa].

Figura 6. Shaira y Cristhian explicando lo que pasa con los términos.



Se observa nuevamente una coordinación multimodal de recursos semióticos. En esta ocasión Cristhian reconoce que el cambio de un término respecto al otro es que se agregan dos cuadrados, por eso para él tiene mayor certeza el registro que realizó Brayan y no el realizado por Shaira. Es importante señalar que los estudiantes aún no se han puesto de acuerdo sobre la totalidad de cuadrados de T50 y este tampoco es el fin de la tarea.

La tarea pretende que los estudiantes puedan establecer una serie de argumentos en los que se reconoce posiciones críticas respecto a las producciones presentadas, así como impulsar la participación y diálogo entre los estudiantes y la profesora para vivir en una ética de orientación comunitaria. De esta manera, se busca la constitución de una ética fundamentada en reflexión y posicionamiento crítico de lo que Marx (2001) denominaba las capacidades humanas, tales como la voluntad, el amor, la cooperación y

la solidaridad. Así, la profesora acompaña las producciones de los estudiantes a través de la siguiente conversación:

[L26] **Profe:** *Shaira está haciendo algo que es no ponerse a sumar más dos, más dos, más dos, más dos, más dos* [mueve las manos en bucle para indicar que es algo repetitivo y posteriormente toma la hoja de trabajo de los estudiantes para continuar con la conversación]. *Ella lo que está diciendo es que, por ejemplo, este es el Término 3* [señala el término], *entonces son 3 acá* [señala la fila izquierda de la figura en T3]. *¿Cuánto es 3 menos 1?*

[L27] **Brayan:** *Dos*

[L28] **Profe:** *Dos cuadritos acá* [señala la fila derecha de la figura en T3].

[L29] **Brayan:** *¡Ah! Ya entendí* [Todos se ríen].

Figura 7. La profesora señala el comportamiento de los términos de acuerdo con lo explicado por Shaira.



En este sentido, el vector de Compromiso hacia los demás o compromiso en el trabajo conjunto se revela en el esfuerzo hacia la labor conjunta a través de posicionamientos en los que estudiantes y la profesora desarrollan una obra común, estando juntos, trabajando juntos y pensando juntos. Así, se observa cómo se presenta una exposición (Lasprilla et al., 2021) que se relaciona con el decir, destacando posibilidades de comunicación, acercamiento y respuesta al Otro, tal como ocurre de L18 a L25.

Cristhian reconoce el cambio de dos a dos en la cantidad de cuadrados y Shaira le dice que efectivamente es lo mismo. Estos estudiantes y la profesora ayudan al grupo a reconocer que independientemente de la estrategia que utilicen los resultados deben ser iguales. Lo que lleva a la presencia del vector de Responsabilidad, en el que se crean vínculos por medio de diferentes interacciones para indicar sentires e inquietudes; en este sentido, los estudiantes están atentos a las acciones realizadas por los Otros

(Radford, 2013b), en particular para reconocer signos de incompreensión matemática, frustración o ansiedad, como ocurre en L19 con los estudiantes y en L26 con la profesora haciéndose responsables del Otro y tendiendo la mano para ayudar a comprender la configuración de la secuencia.

Atendiendo a las explicaciones que Shaira, Cristhian y la profesora han ido configurando para el entendimiento del grupo, Brayan reconoce que, debido a un descuido, su registro fue incorrecto desde T16 (por un tachón que contó como valor numérico). Así, bajo la corrección de este cálculo Brayan en el conteo de + 2 determina que en T50 efectivamente hay 99 cuadrados como señaló Shaira desde el principio. Esto deja en evidencia la materialización del vector Cuidado del Otro, en el que se reconoce una forma de estar-con-otro en el que no se imponen las ideas, promoviendo prácticas no alienantes en las que el diálogo se percibe como proximidad, dejando de lado la indiferencia y sentimientos desinteresados.

Señalamos que la presencia de una ética comunitaria en el aula demanda una reconfiguración de las formas de cooperación humana, donde sea posible debatir de manera crítica sobre ideas matemáticas, encontrándose con perspectivas diferentes y posicionándose frente a ellas. Estos vectores y la obra común son los que configuran la labor conjunta, la constituyen y la distinguen de otras actividades en el aula, en las que los intereses se limitan exclusivamente al conocimiento matemático que se moviliza en el aula.

CONCLUSIONES

La actividad que se discute en la Teoría de la Objetivación es nombrada Labor Conjunta, pero no de manera ingenua, ya que requiere de la presencia de la ética comunitaria y de la obra común. Sí no hay presencia de ética comunitaria no es labor conjunta, es simplemente una actividad de enseñanza-aprendizaje; y como actividad requiere de la configuración de producción de saberes. Así, reconocemos varios elementos:

La docente permaneció atenta para ayudar a los estudiantes a reconocer los registros, para invitar al diálogo y finalmente para acordar con ellos estrategias que les permiten encontrar lo que ocurre con cada término; en este sentido, es oportuna la participación del docente, no para indicar respuestas correctas o para afirmar quién tiene razón, si no para invitar a los estudiantes a conversar respecto a lo que están indicando, sobre lo que quieren hacer notar de manera más detallada.



En este sentido, la idea de labor conjunta concibe la enseñanza aprendizaje como una única y misma actividad (Radford, 2023) en la que docentes y estudiantes trabajan conjuntamente para la producción de una obra común (Hegel, 2001).

Se pone en juego, desde un sentido ontológico y epistemológico, elementos tales como materia, cuerpo, acción, ritmo, pasión y sensación en relación con lo que es el ser humano (Radford, 2023). En este sentido, la actividad como labor conjunta permite a los estudiantes encontrarse con el saber cultural por medio de la objetivación toda vez que se requiere de unas acciones colectivas en el aula entre estudiantes y profesores, los cuales producen un significado multisemiótico que da sentido a las matemáticas (Joya, 2022).

Este proceso colectivo confluye en la toma de conciencia (Radford, 2020a) de las relaciones matemáticas. De manera que, la clase de matemáticas no debe ser operativa o buscar únicamente la solución de situaciones; debe promover espacios de discusión, participación, puesta en común, establecimiento de acuerdos y la consolidación de sujetos críticos; razón por la cual, la tarea que fue presentada pretende alcanzar la actividad bajo la idea de labor conjunta.

Podemos destacar que a medida que se va configurando una ética de orientación comunitaria en el aula de clase, los estudiantes toman conciencia respecto a formas de pensar algebraicamente acerca de patrones. La Labor Conjunta implica un colectivo en el que el individuo genera a partir del Otro, poniendo en primer plano lo colectivo y lo social. Es una actividad que convoca a la alteridad, entendida como el reconocimiento mutuo entre el Yo y el Otro-Yo. De este modo, las formas de interacción social influyen en los procesos de aprendizaje, y estos, a su vez, están profundamente marcados por las dinámicas de la alteridad.

Finalmente, la constitución de una actividad como Labor Conjunta y las dificultades inherentes a este proceso son parte de un fenómeno natural, que toma en cuenta las motivaciones y emociones de los estudiantes y la profesora. En este contexto, las formas culturales de ser sitúan al sujeto como una manifestación subjetiva de la sociedad (Marx, 2001), de modo que el ser humano, más allá de lo individual y lo social, tiene también una dimensión histórica



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.
- Brizuela, B, Martinez, M., and Cayton-Hodges, G. (2013). The Impact of Early Algebra: Results from a Longitudinal Intervention. *REDIMAT –Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 209-241 .doi: 1 0.4471 /redimat.201 3.28
- Castro, F., & Herrera-Restrepo, C. (2024). Mathematical Thinking of Fifth-Grade Students when Inventing and Solving Problems. *REDIMAT –Journal of Research in Mathematics Education*, 3(2), 132-163. <https://doi.org/10.17583/redimat.14302>.
- Fischbach, F. (2023). *La producción de los hombres. Marx con Spinoza* (Traducción). Prensas de la Universidad de Zaragoza.
- Hegel, G. (2001). *The Philosophy of History*. Batoche Books.
- Iliénkov, E. (1977). *Lógica dialéctica. Ensayos de historia y teoría* (Editorial).
- Joya, S. (2022). Actividad como labor conjunta en la clase de matemáticas. *CIEG Revista Arbitrada Del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, 56, 69–83.
- Joya, S. (2023). Categorías principales del álgebra desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In A. Manrique & C. Oliveira (Eds.), *Anais do IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática PUC-SP-2022* (pp. 1956–1967).
- Joya, S., & Vergel, R. (2024). Una aproximación a la labor conjunta: análisis de una situación sobre relación funcional. In C. Noronha, S. T. Gobara, & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Pesquisas em Educação Matemática e em Educação em Ciências* (pp. 23–42). Livraria da Física.
- Kaput, J. (2000). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by “Algebrafying” the K-12 Curriculum. National. In M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. <https://eric.ed.gov/?id=ED441664>



- Kaput, J., Carraher, D., & Blanton, M. (2008). *Algebra in the Early Grades*. Lawrence Erlbaum Associates & NCTM.
- Lasprilla, A., Radford, L., & León, O. (2021). La labor conjunta en actividades de enseñanza-aprendizaje a partir del estudio de los vectores de la ética comunitaria. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC*, 16(39), 228–245. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p228-245.id498>
- Marx, K. (2001). *Manuscritos económicos y filosóficos de 1844* (J. Fajardo, Ed.). Biblioteca Virtual Espartaco.
- Peirce, C. (1931). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce* (Vol. I-VII). Cambridge, MA: Harvard University Press. <https://doi.org/10.1038/1381037c0>
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70.
- Radford, L. (2013a). En torno a tres problemas de la generalización. In L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (Editorial, pp. 3–12). <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo93.pdf>
- Radford, L. (2013b). Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*.
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132–150.
- Radford, L. (2018a). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61–80.
- Radford, L. (2018b). Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. In *5º Simposio Internacional de Investigación en Educación Matemática* (Issue June 2018, pp. 1–22). <http://www.luisradford.ca/pub/Anais - Conferencia - Abertura.pdf>
- Radford, L. (2018c). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution*



of an emerging field of research and practice (pp. 3–25). https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1

Radford, L. (2020a). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 15–31.

Radford, L. (2020b). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In S. T. Gobara & L. Radford (Eds.), *Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15–42). Editora Livraria da Física.

Radford, L. (2021a). Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 35–56). Livraria da Física.

Radford, L. (2021b). La ética en la teoría de la objetivación. In L. Radford & S. Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 107–141).

Radford, L. (2021c). O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 171–195). Livraria da Física.

Radford, L. (2021d). Reimaginar el aula de matemáticas: las matemáticas escolares como praxis emancipadora. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 13(2), 44–55. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i2.88>

Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación. Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (Uniandes).

Rojas, P., & Vergel, R. (2018). Iniciación al álgebra y pensamiento algebraico temprano: actividades para orientar el trabajo en el aula. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(1), 19–30. <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME>

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. *NÚMEROS Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 77, 5–34. <https://doi.org/10.1109/WCICA.2016.7578717>

Vergel, R. (2015a). Cómo emerge el pensamiento algebraico. El caso del pensamiento algebraico factual. *Uno Revista de Didáctica de Las Matemática*, 68, 9–17.



- Vergel, R. (2015b). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193–215. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220>
- Vergel, R. (2019). Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético “sofisticado” y proto-formas de pensamiento algebraico. *XV CIAME - IACME*.
- Vergel, R., & Miranda, I. (2020). Editorial. *RECME Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 1–13. <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/386/361>

