



Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.  
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), Noviembre-Diciembre 2025,  
Volumen 9, Número 6.

[https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v9i6](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i6)

## **MÉTODO ALTERNATIVO PARA DETERMINAR EL MÓDULO CORTANTE DE UN MATERIAL METÁLICO MEDIANTE EL ANÁLISIS DE OSCILACIONES TORSIONALES**

**ALTERNATIVE METHOD FOR DETERMINING THE SHEAR  
MODULUS OF A METALLIC MATERIAL THROUGH THE  
ANALYSIS OF TORSIONAL OSCILLATIONS**

**José Cruz Molina Zenteno**  
Tecnm Campus Veracruz, México

**Gabriela Valerio Canales**  
Tecnm Campus Veracruz, México

**Doris Ivette Villalobos Vera**  
Tecnm Campus Veracruz, México

**Ivan Mendoza Bravo**  
Tecnm Campus Veracruz, México

**Alfonso García Reynoso**  
Tecnm Campus Veracruz, México

DOI: [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v9i6.22197](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i6.22197)

## Método Alternativo para Determinar el Módulo Cortante de un Material Metálico Mediante el Análisis de Oscilaciones Torsionales

José Cruz Molina Zenteno<sup>1</sup>

[jose.mz@veracruz.tecnm.mx](mailto:jose.mz@veracruz.tecnm.mx)

<https://orcid.org/0009-0009-1056-5041>

TecnM Campus Veracruz  
México

Gabriela Valerio Canales

[gabriela.vc@veracruz.tecnm.mx](mailto:gabriela.vc@veracruz.tecnm.mx)

<https://orcid.org/0009-0004-1566-2194>

TecnM Campus Veracruz  
México

Doris Ivette Villalobos Vera

[doris.vv@veracruz.tecnm.mx](mailto:doris.vv@veracruz.tecnm.mx)

<https://orcid.org/0000-0001-7365-1742>

TecnM Campus Veracruz  
México

Ivan Mendoza Bravo

[ivan.mb@veracruz.tecnm.mx](mailto:ivan.mb@veracruz.tecnm.mx)

<https://orcid.org/0000-0003-2907-7709>

TecnM Campus Veracruz  
México

Alfonso García Reynoso

[alfonso.gr@veracruz.tecnm.mx](mailto:alfonso.gr@veracruz.tecnm.mx)

<https://orcid.org/0000-0002-2112-6951>

TecnM Campus Veracruz  
México

### RESUMEN

En este trabajo se propone un procedimiento alternativo para determinar el módulo de corte  $G$  de una varilla de acero de 6.4 mm de diámetro. Primeramente, se desarrolla el modelo matemático de la ecuación de movimiento de un sistema torsional con momento de inercia de masa conocido, el cual por medio de un arreglo se establecen dos expresiones para determinar el módulo de cortante  $G$  del material. Posteriormente la varilla se somete a oscilaciones controladas para determinar el valor del periodo, una prueba se realiza considerando la longitud constante y en la otra con variación. Los resultados mostraron que los valores del módulo cortante  $G$  obtenidos por este método alternativo, coinciden con los valores reportados por otros autores. Esto permite concluir que las bases teóricas de vibraciones mecánicas permiten resolver problemas de ingeniería aplicada, siendo un método confiable.

**Palabras clave:** módulo cortante, oscilaciones torsionales, propiedades mecánicas, modelo analítico, ensayos no destructivos

---

<sup>1</sup> Autor principal.

Correspondencia: [jose.mz@veracruz.tecnm.mx](mailto:jose.mz@veracruz.tecnm.mx)

# Alternative Method for Determining the Shear Modulus of a Metallic Material Through the Analysis of Torsional Oscillations

## ABSTRACT

In this work, an alternative procedure is proposed to determine the shear modulus of a steel rod with a diameter of 6.4 mm. First, the mathematical model of the equation of motion of a torsional system with a known mass moment of inertia is developed, through which an arrangement establishes two expressions to determine the shear modulus of the material. Subsequently, the rod is subjected to controlled oscillations to determine the value of the period; one test is carried out considering a constant length, and another with variation. The results showed that the values of the shear modulus obtained by this alternative method coincide with those reported by other authors. This allows us to conclude that the theoretical foundations of mechanical vibrations can be applied to solve engineering problems, making this a reliable method.

**Keywords:** shear modulus, torsional oscillations, mechanical properties, analytical model, non-destructive testing

*Artículo recibido 10 diciembre 2025  
Aceptado para publicación: 10 enero 2026*



## INTRODUCCIÓN

Las propiedades mecánicas de un material son de gran importancia en el diseño de elementos de máquinas y estructuras, así como para determinar la calidad de los materiales que son sometidos a los diversos procesos de producción, siendo el ensayo de tensión, el método más utilizado en la investigación de materiales y en la industria Metal-Mecánica. De este experimento puede derivarse la determinación del módulo de cortante de un material. Sin embargo, el método más común para determinarlo es el ensayo de torsión como lo menciona (Gere & Goodno, 2009) y (Madhukar, 2006). También existen otros procedimientos como: ultrasonido industrial, métodos dinámicos, vibraciones mecánicas (Majewsky Szymiec, 2016), entre otros.

En este trabajo se presenta la metodología para obtener el módulo de cortante de un material metálico utilizando la teoría de las oscilaciones torsionales (Rao, 2012), como una alternativa a los métodos mencionados.

Se presenta el desarrollo del modelo matemático y se desarrolla un caso experimental para ejemplificar la eficacia y sencillez del método.

## METODOLOGÍA

Como primer paso es necesario presentar detalladamente el desarrollo del modelo matemático del sistema torsional utilizado y establecer la expresión final para el cálculo módulo de cortante.

Para el desarrollo experimental se utiliza el banco de pruebas marca TecQuipment Ltd. figura 1, el cual está conformado por un marco de soporte al que se integran accesorios para medir y registrar los datos experimentales, entre los cuales se encuentran: volante de inercia, vernier, soporte de empotramiento para varilla, cronómetro. El material de pruebas empleado corresponde a una varilla de acero de 6.4 mm (1/4 plg).



**Figura 1**

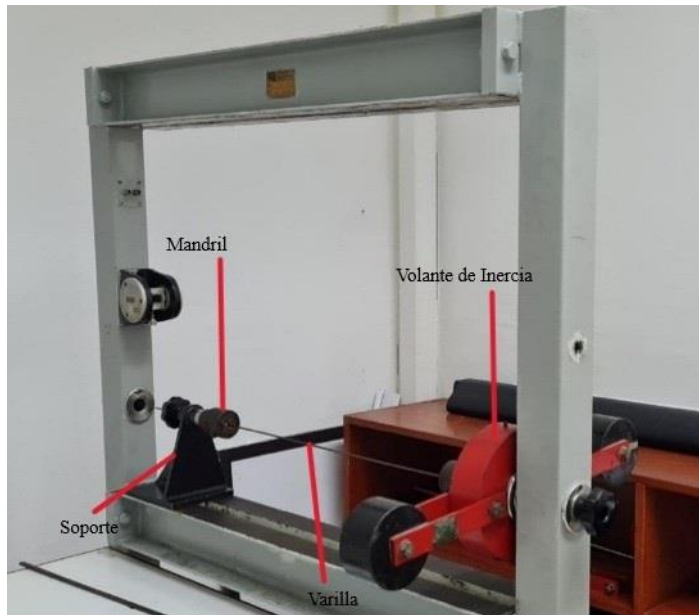


Figura 1. Banco de pruebas TecQuipment Ltd.

Para el montaje del equipo es necesario considerar el siguiente procedimiento:

1. Montar el soporte que actuará como lado empotrado de la varilla Figura 1. Debe ser sujetado con los tornillos de anclaje al marco, tomando en cuenta que debe quedar alineado con el eje del volante.
2. El volante Figura 2 se debe montar colocando su eje en el orificio de ajuste y cuidando que el asiento quede perfectamente colocado con un apriete manual. Es importante verificar que el volante se encuentre perfectamente balanceado, para no alterar los resultados. En caso contrario aplicar un procedimiento de balanceo a dicho componente. Este accesorio se le determinó el momento de inercia de masa por el método de la masa en caída libre.

**Figura 2**

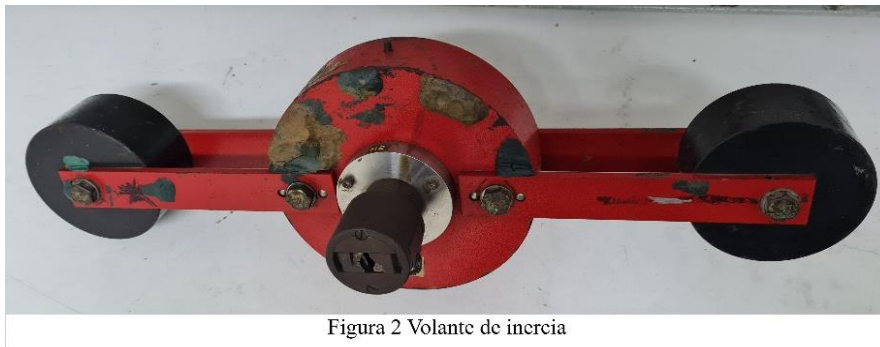


Figura 2 Volante de inercia

3. El montaje de la varilla se realiza introduciéndola por el orificio central del volante hacia el soporte de empotramiento.

4. Apretar fuertemente con la llave Allen el mandril que sujeta la varilla en el soporte de empotramiento, para evitar que resbale cuando se mida el tiempo de las oscilaciones.
5. Con un planímetro verificar que los brazos del volante queden horizontales y posteriormente apretar fuertemente el mandril del volante para evitar desplazamientos de la varilla con el volante.

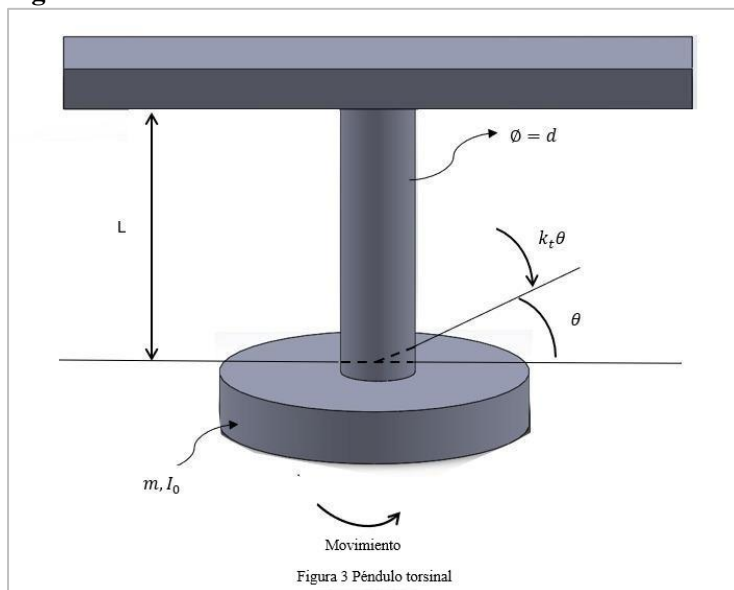
Finalmente se somete la varilla a 20 oscilaciones para dos condiciones diferentes: una considerando su longitud constante y la otra variado la longitud. Finalmente se realizan los cálculos.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Desarrollo teórico

La Figura 3 muestra un péndulo torsional que consta de un disco de masa  $m$  con momento de inercia de masa  $I_0$ . Este se encuentra acoplado en el extremo libre de una barra circular empotrada. Dicha barra tiene un momento polar de inercia  $J$  y constante de torsión  $K_t$ .

**Figura 3**



La ecuación de movimiento del sistema (1) se puede obtener aplicando la segunda ley de Newton para sistemas torsionales, como sigue:

$$I_0 \ddot{\theta} = \sum M_0 \quad (1)$$

Donde:

$\ddot{\theta}$  = aceleración angular

$\sum M_0$  = Sumatoria de momentos alrededor de eje central de la flecha “o”

Considerando positivo en dirección del movimiento.

Desarrollando la ecuación 1, y considerando que el momento de reacción de la barra es  $K_t\theta$ , se obtiene la ecuación de movimiento del sistema vibratorio (2).

$$\ddot{\theta} + \frac{K_t}{I_0}\theta = 0 \quad (2)$$

De la ecuación 2 se puede obtener la frecuencia natural  $\omega_n$  del sistema oscilatorio, como sigue en la ecuación (3)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_t}{I_0}} \quad (3)$$

El periodo de oscilación del sistema vibratorio está dado por:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (4)$$

Relacionando las ecuaciones (3) y (4) se obtiene:

$$\tau^2 = \frac{4\pi^2 I_0}{K_t} \quad (5)$$

Observando la ecuación (5), si  $I_0$  es conocido se puede determinar  $K_t$  midiendo  $\tau$ , como sigue en la ecuación (6)

$$K_t = \frac{4\pi^2 I_0}{\tau^2} \quad (6)$$

Por otro lado, si tenemos una barra circular, el valor de la constante de torsión es:

$$K_t = \frac{JG}{L} \quad (7)$$

Sustituyendo la ecuación 7 y  $J = \frac{\pi d^4}{32}$  en la ecuación 6, se puede obtener la siguiente expresión:

$$G = \frac{128\pi I_0 L}{d^4 \tau^2} \quad (8)$$

Con la ecuación 8 se puede determinar  $G$  a partir de la medición del periodo de oscilación del disco.

Otra opción derivada de la ecuación 8 es realizando el siguiente arreglo:

$$\tau^2 = \left(\frac{128\pi I_0}{d^4 G}\right)L \quad (9)$$

Con esta expresión se puede graficar periodo contra longitud, para lo cual se obtiene una recta, de la cual la pendiente se iguala con el término dentro del paréntesis y se despeja  $G$ . El periodo de oscilación del sistema vibratorio se determina experimentalmente, como se explica más adelante.



El presente trabajo muestra las bases teóricas para determinar la constante  $G$  con la teoría antes mencionada.

Si se requiere también es posible determinar la constante de torsión  $K_t$  de la varilla utilizando la ecuación 6, para esto, también es necesario medir el periodo. Es conveniente tomar en cuenta que este parámetro no es una propiedad mecánica inherente del material, ya que esta depende de la longitud.

### Desarrollo experimental y cálculos

Para determinar el valor del módulo de corte  $G$  se pueden emplear dos métodos: 1) Longitud constante Vs Periodo y 2) Longitud variable Vs Periodo al cuadrado. A continuación, se presentan ambos:

1) El sistema torsional es sometido a 20 oscilaciones, en 10 repeticiones. Con un mismo valor de longitud de la varilla, posteriormente se calcula el valor de una oscilación individual y se calcula el promedio, como se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Período de oscilación con longitud fija L

<b>Diametro de varilla 0.0064 m / L= 0.52 m</b>		
	<b>20<math>\tau</math> (seg.)</b>	<b><math>\tau</math> (seg.)</b>
1	16.6	0.83
2	16.65	0.8325
3	16.75	0.8375
4	17.1	0.855
5	16.8	0.84
6	16.82	0.841
7	17	0.85
8	16.8	0.84
9	16.9	0.845
10	16.7	0.835
	Promedio	0.8406

Con base en los resultados obtenidos, éstos se aplican en la ecuación (8) para obtener el valor del módulo de corte  $G$  como se muestra a continuación:

$$G = \frac{128\pi(0.44845 \text{ kg} - m^2)(0.52 \text{ m})}{(0.0064 \text{ m})^4(0.8406 \text{ s})^2} = 79.10 \text{ Gpa}$$

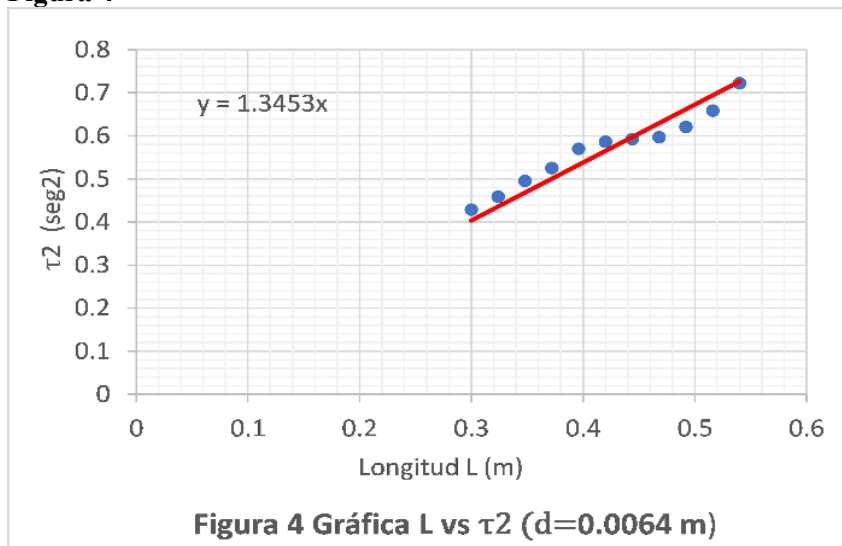


2) Para este segundo método, cada longitud de varilla se somete a 20 oscilaciones, se calcula su valor individual y finalmente se eleva al cuadrado, como se muestra en la Tabla 2. Utilizando la información que relaciona el periodo con la variación de la longitud de la varilla se grafica  $L$  vs  $\tau^2$ , como se muestra en la Figura 4.

**Tabla 2.** Longitud vs  $\tau^2$

L (m)	20 $\tau$ (seg)	$\tau$	$\tau^2$ (seg <sup>2</sup> )
0.54	17	0.85	0.7225
0.516	16.23	0.8115	0.65853225
0.492	15.76	0.788	0.620944
0.468	15.45	0.7725	0.59675625
0.444	15.4	0.77	0.5929
0.42	15.32	0.766	0.586756
0.396	15.1	0.755	0.570025
0.372	14.5	0.725	0.525625
0.348	14.08	0.704	0.495616
0.324	13.55	0.6775	0.45900625
0.3	13.1	0.655	0.429025

**Figura 4**



De la Figura 4, la pendiente  $m$  de la recta se iguala con el factor entre paréntesis de la ecuación 9 y se despeja  $G$ , como se muestra a continuación:

$$G = \frac{128\pi I_0}{d^4 m} = \frac{128\pi(0.44845 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)}{(0.0064 \text{ m})^4 (1.3453 \text{ s}^2/\text{m})} = 79.8978 \text{ Gpa}$$



Los valores obtenidos del módulo de corte  $G$  empleando el método 1 se obtiene un resultado de 79.0943 Gpa, mientras que con el método 2 el valor corresponde a 79.8978 Gpa. Observando que la variación de los valores es de +/- 0.8035 Gpa.

En la Tabla 3 se muestra una comparación del valor de  $G$  obtenido con el procedimiento empleado en este trabajo (método 1 y 2) y con los valores reportados con los autores mencionados en la bibliografía.

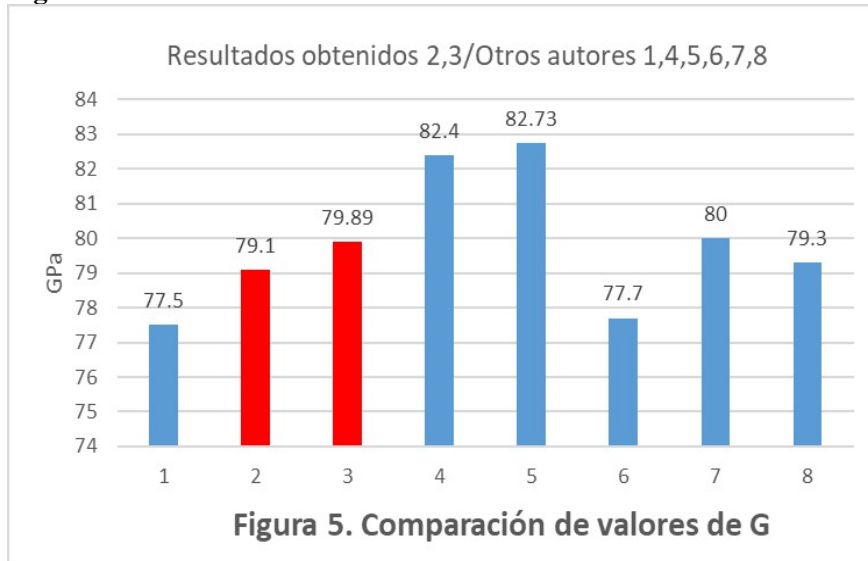
**Tabla 3.** Comparación de valores con otros autores

<b>G (Gpa)</b>	<b>Autor</b>	<b>Num. de autor</b>
75-80	(Gere & Goodno, 2009)	1
79.1	Método 1	2
79.89	Método 2	3
82.4	(Popov , 1992)	4
82.73	(Madhukar, 2006)	5
77.7	(Beer & E. Russell, 1993)	6
80	(Mott, 1996)	7
79.3	(Spotts & Shoup, 2002)	8

En la figura 5 se muestra una gráfica de barras con los datos de la tabla 3, en la que se puede observar que los resultados obtenidos en este trabajo (marcados en rojo), están dentro de los valores que reportan los autores de la bibliografía consultada. También se calculó que existe una diferencia de un 4% respecto al valor máximo y un 5% respecto al valor mínimo. Con esto se puede determinar que el método tiene una buena precisión.



**Figura 5**



## CONCLUSIONES

Los valores de módulo de corte  $G$  obtenido mediante las ecuaciones de vibración torsional muestra que son cercanos a los valores reportados por autores citados, mostrando una diferencia de 3.03 Gpa respecto al valor máximo 4.4 Gpa respecto al valor mínimo.

El módulo de corte también puede determinarse con el módulo de elasticidad  $E$  mediante la prueba de resistencia a la tensión y el coeficiente de Poisson  $\nu$  a través del uso de galgas extensométricas, lo cual resulta en un procedimiento más costoso. Por lo tanto, la técnica utilizada en este trabajo, es una opción adecuada y más económica.

Este procedimiento, aunque tiene buena precisión, no busca sustituir la prueba de torsión, ni ninguna otra, sólo ser una herramienta adicional para el campo de la ingeniería.

Como se puede observar en el experimento, el equipo necesita es sencillo, por lo que puede ser diseñado fácilmente en cualquier institución de educación superior a un bajo costo y servir de apoyo en las prácticas en la clase de mecánica de sólidos.

También es posible incluir el cálculo de la constante de torsión  $K_t$  de un resorte torsional, según la fórmula 6.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Beer, F. P., & E. Russell, J. (1993). *Mécanica de materiales* (Segunda Edición ed.). México D.F., México: Mc Graw-Hill.
- Gere, J. M., & Goodno, B. J. (2009). *Mecánica de materiales* (Séptima edición ed.). México D:F:, México : CENGAGE Learnig.
- Madhukar, V. (2006). *Mecánica de materiales* (Primera edición ed.). México D.F.: Alfaomega.
- Majewsky Szymiec, T. (2016). *Vibraciones en sistemas físicos* (Primera edición ed.). México D.F., México: Alfaomega.
- Mott, R. L. (1996). *Resistencia de materiales aplicada* (Tercera edición ed.). Naucalpan , Estado de México , México: Prentice Hall.
- Popov , E. P. (1992). *Introducción a la mecánica de sólidos* (Primera ed.). Mexico D.F., México: Limusa.
- Rao, S. S. (2012). *Vibraciones Mecánicas* (Quinta Edición ed.). México: Pearson.
- Spotts, M. F., & Shoup, T. E. (2002). *Elementos de máquinas* (Septima edición ed.). Naucalpan, Estado de México , Mexico: Prentice Hall.

