

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), enero-febrero 2026,
Volumen 10, Número 1.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i1

ESTUDIO DE SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN CON TECNOLOGÍA DE REALIDAD AUMENTADA

**STUDY OF SOLIDS OF REVOLUTION WITH AUGMENTED
REALITY TECHNOLOGY**

Galina Nancy Cogley Santana
Universidad Nacional de Panamá

Estudio de sólidos de revolución con tecnología de realidad aumentada

Galina Nancy Cogley Santana¹

profagalina23@gmail.com

<https://orcid.org/0009-0003-1949-7125>

Universidad Nacional de Panamá

República de Panamá

RESUMEN

Los sólidos de revolución son una de las aplicaciones de las integrales, son fundamentales en la vida cotidiana porque permiten diseñar y calcular volumen de objetos (botellas, piezas de motores, cúpulas, poleas, etc.) de manera eficiente y precisa, optimizando costos de producción. El estudio de los sólidos de revolución se remonta desde los alrededores del siglo XVIII con Newton y Leibniz, las herramientas tecnológicas que los involucran fueron lanzadas al mercado prácticamente en el siglo XXI, pero aún en la actualidad hay muchos docentes y estudiantes que desconocen sobre la existencia de estas herramientas. El objetivo de esta investigación es mostrar cómo el estudio del concepto de sólidos de revolución usando una herramienta tecnológica avanzada de realidad aumentada impacta positivamente en el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante. Esto se logra por medio de actividades como: uso de herramienta tecnológica de realidad aumenta, videos tutoriales, solución de problemas y encuesta. Se logran algunos resultados como: 1) aprendizajes significativos sobre el concepto de sólidos de revolución; 2) sentimiento de motivación al ver por primera vez la relación que existe entre matemática, tecnología y realidad; 3) Surgimiento de interés en el cálculo correcto de volumen de sólidos de revolución usando integrales, e interés de investigar en el futuro más el tema planteado.

Palabras clave: sólidos de revolución, realidad aumentada, tecnología, matemática, integrales.

¹ Autor principal

Correspondencia. profagalina23@gmail.com

Study of solids of revolution with augmented reality technology

SUMMARY

Solids of revolution are one of the applications of integrals. They are fundamental in everyday life because they enable the efficient and accurate design and calculation of the volume of objects (bottles, engine parts, domes, pulleys, among others), optimizing production costs. The study of solids of revolution dates back to the eighteenth century with Newton and Leibniz. The technological tools involved were introduced to the market in the twenty-first century, but even today, many teachers and students are unaware of these tools. The objective of this research is to show that studying the concept of solids of revolution using an advanced augmented reality technological tool has a positive impact on the students' teaching-learning process. This is achieved through activities such as the use of augmented reality technological tools, tutorial videos, problem solving, and surveys. Some results are achieved, such as: (1) meaningful learning about the concept of solids of revolution; (2) a feeling of motivation when seeing for the first time the relationship between mathematics, technology, and reality; and (3) the emergence of interest in the correct calculation of the volume of solids of revolution using integrals, and interest in further research on the topic in the future.

Keywords: solids of revolution, augmented reality, technology, mathematics, integrals

*Artículo recibido 02 enero 2026
Aceptado para publicación: 30 enero 2026*



INTRODUCCIÓN

En el estudio de sólidos de revolución con la herramienta tecnológica realidad aumentada es muy importante tener claro ¿qué es la realidad aumentada?, la realidad aumentada es una tecnología que superpone información digital (imágenes, sonidos, modelos 3D) sobre el mundo real, enriqueciendo la percepción del entorno sin reemplazarlo, con la ayuda de dispositivos como smartphone o gafas. Para entender mejor el concepto de realidad aumentada pueden observar el siguiente video en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/file/d/14KZxxUeWY0-GgHUosA8K4jeKxmWLBBlz/view?usp=drivesdk>

donde se observa la realidad aumentada de un sólido de revolución en un entorno real. En la actualidad los resultados muestran que a los docentes en el nivel superior universitario se les hace difícil la enseñanza de materias como análisis matemático, álgebra lineal, geometría descriptiva, física, estática, topografía, etc. También la destreza para la resolución de problemas matemáticos de un estudiante va de la mano con un coherente razonamiento deductivo, este razonamiento tiene como base fundamental el dominio de conceptos matemáticos para su aplicabilidad a la solución de problemas. En materias como geometría o cálculo en la universidad a los estudiantes se les hace difícil entender problemas sobre sólidos de revolución, ya que los mismos se basan en figuras que representan objetos en 3D, que casi nunca aparecen bien mostrados en los libros de texto, a los profesores se les hace difícil explicar el tema porque no tiene los dibujos bien hechos necesarios y además a los estudiantes se les hace difícil entender también porque el docente los dibuja mal. Este proyecto busca involucrar la herramienta tecnológica de realidad aumentada GeoGebra 3D en el tema de sólidos de revolución (integrales) para lograr en el estudiante un impacto significativo en el conocimiento, la solución de problemas y otros aspectos cualitativos. También su estudio de parte de docentes, que desconozcan el tema, los llevara a innovar queriendo involucrar esta herramienta en sus trabajos o estudios. Hay muchas herramientas tecnológicas de realidad aumentada, pero GeoGebra 3D permite visualizar, construir y manipular objetos en el espacio tridimensional siendo considerada la mejor para el estudio de este tema. Esta investigación se aplicó a un grupo de 30 estudiantes de la universidad de Panamá de un curso de cálculo diferencial e integral los cuales deben manejar conceptos previos de álgebra y geometría. Esta investigación es de suma importancia ya que relacionar la tecnología con las matemáticas ayuda a que el estudiante tenga



una idea clara y pueda responder preguntas como: ¿para qué sirve en la vida real lo que estudio? ¿cómo lo aplico a la solución de un problema?, preguntas que antes, cuando no tenía la herramienta tecnológica, no podía responder y le costaba dar solución a problemas de sólidos de revolución porque se veía en la obligación de hacerlo todo automáticamente sin la seguridad de saber si estaba bien o mal. Algo muy importante de reconocer es el enfoque constructivista de la investigación basada en la observación, la solución de problemas y la experiencia en lugar de recibirlo pasivamente.

METODOLOGÍA

Antes de iniciar detalladamente la redacción de la metodología usada debemos recordar el objetivo principal de esta investigación que es mostrar cómo el estudio del concepto de sólidos de revolución usando una herramienta tecnológica avanzada de realidad aumentada impacta positivamente en el estudiante. Como se mencionó anteriormente este proyecto se aplicó a un grupo de 30 estudiantes de un curso de cálculo de la universidad de Panamá con conocimientos previos en álgebra y geometría, esta muestra estadísticamente es permitida, además este estudio no pretende crear una ley universal sino que también está hecha para que el lector entienda la importancia del uso de herramientas tecnológicas. El proyecto se realizó en 5 fases que son:

Fase 1: Estudio de concepto de sólidos de revolución sin ayuda de herramientas tecnológicas de realidad aumentada.

Fase 2: Solución de problemas de cálculo de volumen de sólidos de revolución tomando en cuenta lo aprendido en la fase 1 y sin uso de la herramienta tecnológica.

Fase 3: Estudio de concepto de sólidos de revolución con la ayuda de una herramienta tecnológica de realidad aumentada.

Fase 4: Solución de problemas de cálculo de volumen de sólidos de revolución tomando en cuenta lo aprendido en la fase 3.

Fase 5: Análisis y resumen de los resultados obtenidos en las fases anteriores.

Fase 1

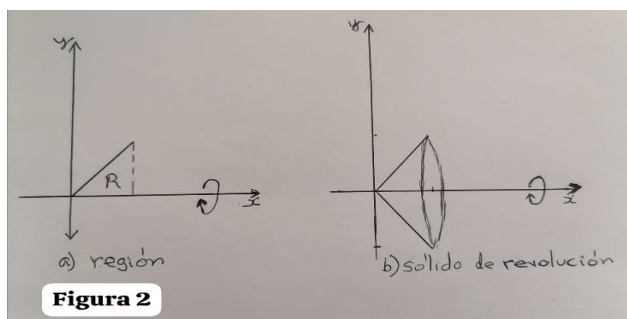
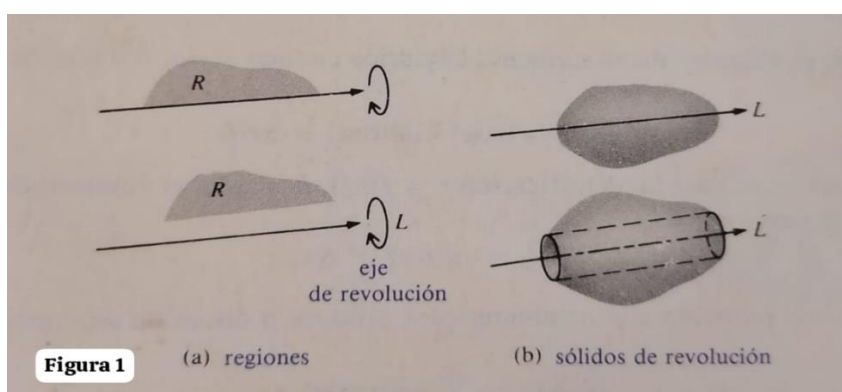
El objetivo específico de esta fase es observar cómo el estudiante capta el concepto de sólido de revolución sin la ayuda de la aplicación de realidad aumentada. Las actividades se realizan usando un



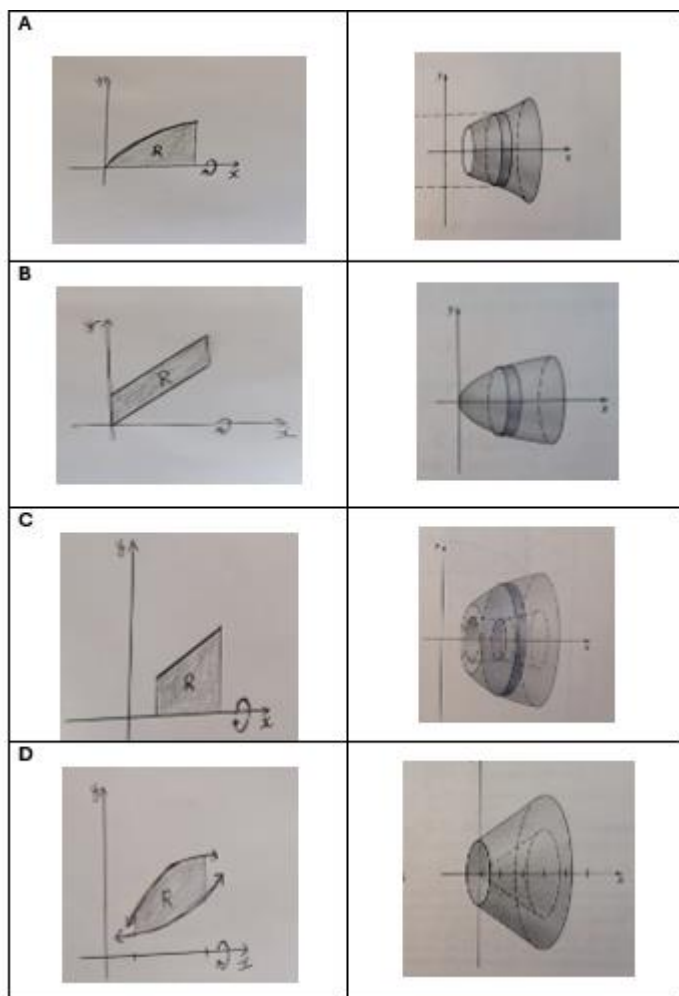
método tradicional que se apoya en el uso de imágenes planteadas en libros o dibujadas a mano por el docente, sin el uso de ningún tipo de herramienta tecnológica de realidad aumentada.

Contenido de la fase:

Aquí se parte del estudio del concepto de los sólidos de revolución que son aquellos que se generan haciendo girar una región R del plano XY en torno a un eje L o eje del plano. Se plantean imágenes tomadas de libros y dibujadas por el docente como apoyo para que el estudiante logre el objetivo. Entre las figuras usadas tenemos: Figura 1 (tomada del libro Cálculo con Geometría Analítica de Denis Zill), figura 2 (dibujada por el docente):



Luego se realiza actividad de comparación de imágenes, denominada actividad #1, para garantizar el nivel de comprensión del concepto de sólido de revolución (abajo se muestra una de las imágenes planteadas). La actividad consiste en lo siguiente: Las figuras de la columna de la derecha muestran el sólido de revolución que corresponde a las figuras de las regiones R de la columna de la izquierda, colocar la letra de la figura de la columna izquierda en la figura de la columna de la derecha que corresponda:



Fase 2

En esta fase se debe dar solución de problemas de cálculo de volumen de sólidos de revolución tomando en cuenta lo aprendido en la fase 1. Para el cálculo del volumen se deben guiar de la fórmula $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$, donde la región R representa el área bajo la curva de la función continua $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$ que gira alrededor del eje X. Cabe mencionar que también se pueden resolver problemas girando la superficie sobre el eje Y, pero nos centraremos solo en la fórmula de giro alrededor del eje X. Para ampliar más este tema se plantea y resuelve el siguiente problema:

Halla el volumen de la región formada por la curva $y = \sqrt{x}$ en el intervalo de 0 a 25, que gira alrededor del eje X. La siguiente figura muestra la región R, donde la curva planteada es de color verde claro.



Solución:

Aplicando la expresión correspondiente ya planteada anteriormente se tiene:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^{25} [\sqrt{x}]^2 dx = \pi \int_0^{25} x dx = \pi \frac{(5)^2}{2} = \frac{625}{2} \pi \text{ unidades cúbicas.}$$

En esta fase se deben realizar la siguiente actividad, denominada actividad # 2, con la previa orientación del docente:

Halla el volumen generado por el área bajo la curva de:

a) $y = 1 + \frac{x}{3}$, $0 \leq x \leq 12$
que gira en torno al eje x.

b) $y = x + 2$, $-2 \leq x \leq 2$
que gira en torno al eje x.

c) $y = x^{-1}$, $1 \leq x \leq 2$
que gira en torno al eje x.

Fase 3

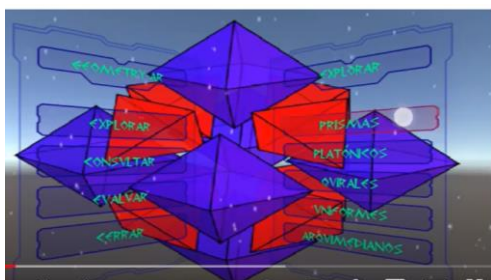
Estudio de concepto de sólidos de revolución con la ayuda de una herramienta tecnológica de realidad aumentada. Aquí los estudiantes ya no observarán la formación de los sólidos de revolución desde una imagen del libro o dibujada por el docente, más bien se utiliza una herramienta tecnológica de realidad aumentada. Hay varias herramientas de realidad aumentada para matemáticas, específicamente para cuerpos geométricos como **Geometry AR**, **Sólidos RA** que se pueden descargar desde Play Store en un



celular smartphone o laptop. Los siguientes enlaces son tutoriales de YouTube de la aplicación **Geometry AR** y de **Sólidos RA** y sus logos respectivamente, para una mejor comprensión del tema estudiado:

<https://www.youtube.com/watch?v=x7J2M77EYhg>

https://www.youtube.com/watch?v=fZZKqw_FypY



https://www.youtube.com/watch?v=MDz4eT_JQmA



A pesar de las varias aplicaciones en realidad aumentada que nos ofrece la tecnología, la más útil para abordar el tema de sólidos de revolución es GeoGebra 3D, cuyo enlace de tutorial de guía para la creación de una realidad aumentada y logo se muestra a continuación:

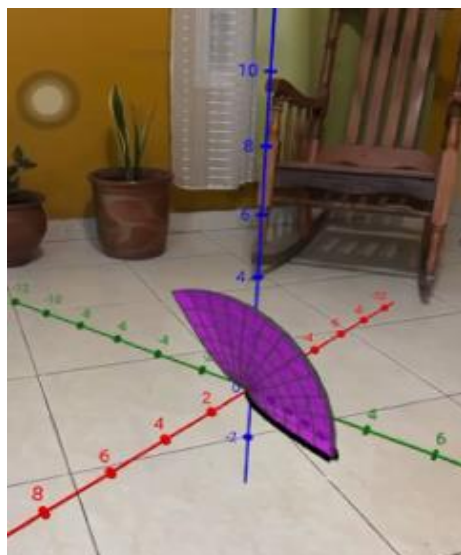
<https://www.youtube.com/watch?v=5Drvt1eGCtE&t=112s>



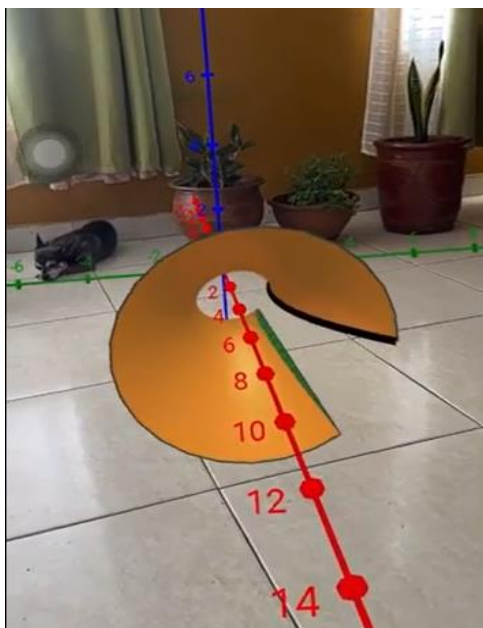
La actividad que corresponde a esta fase consiste en los siguientes pasos:

Primero: El estudiante debe descargar en su celular smartphone la aplicación de realidad aumentada GeoGebra 3D.

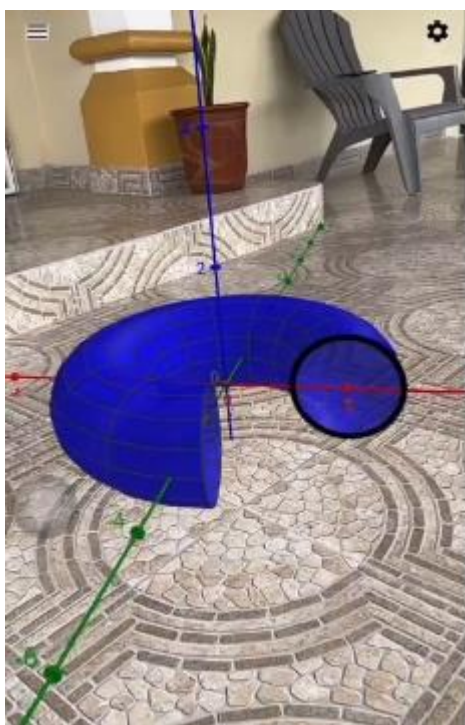
Segundo: El docente le compartirá los archivos de GeoGebra 3D de 3 sólidos en revolución para que el estudiante active la realidad aumentada de cada uno en cualquier ubicación real de su entorno. A continuación imágenes que muestran la relación de lo que debe observar el estudiante, en la pantalla de su smartphone, de acuerdo con el sitio donde active la realidad aumentada. Se recomienda observar también el video que corresponde a cada imagen activando el enlace, debajo de cada imagen, para apreciar mejor el trabajo.



<https://drive.google.com/file/d/14KZxxUeWY0-GgHUosA8K4jeKxmWLBBIz/view?usp=drivesdk>



https://drive.google.com/file/d/1eDF1S2SzUjOJTr00ed4q1BByqx_dKds2/view?usp=drivesdk



https://drive.google.com/file/d/1eBizkfLwjqLZ23IoD7K9uPVkqJg_3fJ4/view?usp=drivesdk

Fase 4

Solución de problemas de cálculo de volumen de sólidos de revolución tomando en cuenta lo aprendido en la fase 3. Las actividades que realizar son de resolver problemas semejantes a los planteados en la actividad #2 de la fase 2, solo que en este caso deben crear la realidad aumentada del sólido de revolución de cada problema para entender bien cómo es el sólido al que se le está calculando el volumen; esto se

debe realizar en grupo y el primero que lo logre debe compartir con el resto. Para lograr lo anterior deben guiarse del siguiente video tutorial: <https://www.youtube.com/watch?v=SN1pNYm-iU8>.

Fase 5

En esta fase se plantea un análisis y resumen de los resultados obtenidos de las fases anteriores. Este análisis es de aspecto cualitativo y cuantitativo ya evalúa aspectos de motivación, interés, procedimiento de cálculo numérico entre otros. Para lograr lo anterior cada estudiante contestó un cuestionario de preguntas, (las preguntas del 1 al 6 se plantearon antes de usar la realidad aumentada con GeoGebra3D, y las preguntas del 7 al 12 se plantearon después de usar la realidad de aumentada con GeoGebra 3D). En el cuestionario **siempre** se refiere a todos los casos o en todo momento, **casi siempre** se refiere a algunos casos o en algún momento, y **nunca** se refiere a ningún caso o ningún momento. El cuestionario consta de las siguientes preguntas y:

1. Las imágenes sacadas de libros y dibujadas por el docente le ayudaron a entender el concepto de sólidos de revolución casi:
a) siempre b) casi siempre c) nunca
2. Con solamente observar el dibujo de las figuras en el papel de la actividad#1 pudo tener una idea clara y global de la forma de cada uno de estos sólidos de revolución:
a) siempre b) casi siempre c) nunca
3. Al momento de resolver los problemas de la fase 2, actividad #2, su nivel de interés por resolver correctamente los mismos se dio casi:
a) siempre b) casi siempre c) nunca
4. El conocimiento que tiene sobre la relación que existe entre las matemáticas, la tecnología y la realidad; lo ha tenido casi:
a) siempre b) casi siempre c) nunca
5. El procedimiento lo realizo de forma mecánica sin entender el significado del valor encontrado en cada problema de la fase2:
a) siempre b) casi siempre c) nunca
6. Al pedir que se calculara el volumen de los sólidos de revolución tenía una idea clara de la forma del objeto al que se le pedía calcular el volumen en la actividad #2:



a) siempre b) casi siempre c) nunca

7. Los sólidos de revolución vistos en el smartphone usando la aplicación de GeoGebra 3D de realidad aumentada le ayudaron a entender su concepto casi:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

8. Al pedir que se calculara el volumen de los sólidos de revolución, la aplicación de realidad aumentada de GeoGebra 3D le dio una idea clara de la forma del objeto al que se le pedía calcular el volumen:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

9. Después de observar los sólidos de revolución por medio de la aplicación GeoGebra 3D, su nivel de interés por resolver correctamente los problemas planteados se dio casi:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

10. En el futuro entenderá la relación que existe entre las matemáticas, tecnología y vida real; luego de haber usado la realidad aumentada en GeoGebra 3D:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

11. La realidad aumentada de GeoGebra 3D lo ayudo a no resolver los problemas de forma mecánica aclarando el significado del valor encontrado:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

12. En el futuro tendrá un nivel alto de motivación por investigar más relaciones entre las matemáticas, la tecnología y la vida real; casi:

a) siempre b) casi siempre c) nunca

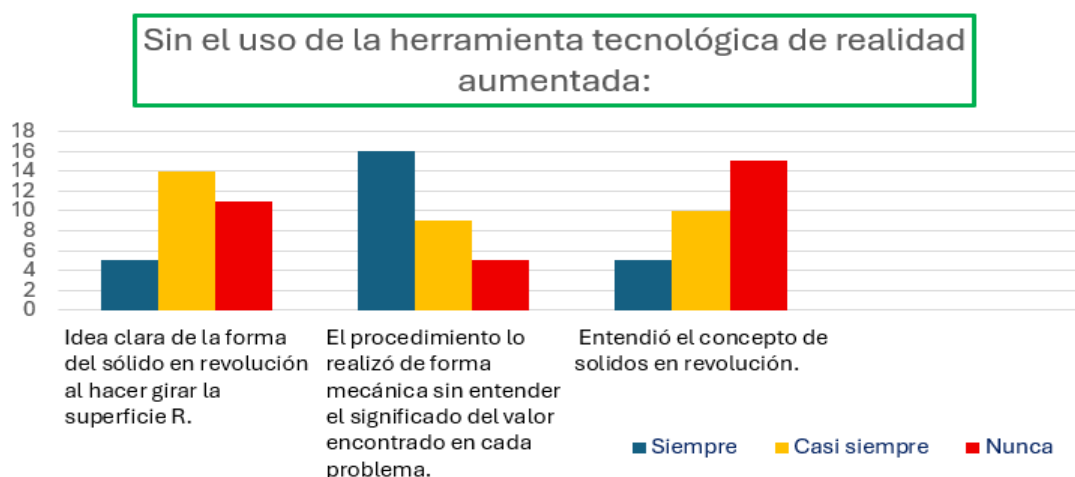
RESULTADOS

El concepto de sólidos de revolución usando una herramienta tecnológica avanzada de realidad aumentada tuvo un impacto positivo en el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante. Los estudiantes del curso de cálculo realizaron actividades como: uso de herramienta tecnológica de realidad aumenta, videos tutoriales, solución de problemas y encuesta; para así poder recolectar datos y hacer análisis de resultados obtenidos. Se logran resultados como: 1) aprendizajes significativos sobre el concepto de sólidos de revolución; 2) surge el interés en el cálculo correcto de volumen de sólidos de revolución usando integrales; 3) sentimiento de motivación que siembra el interés de investigar en el

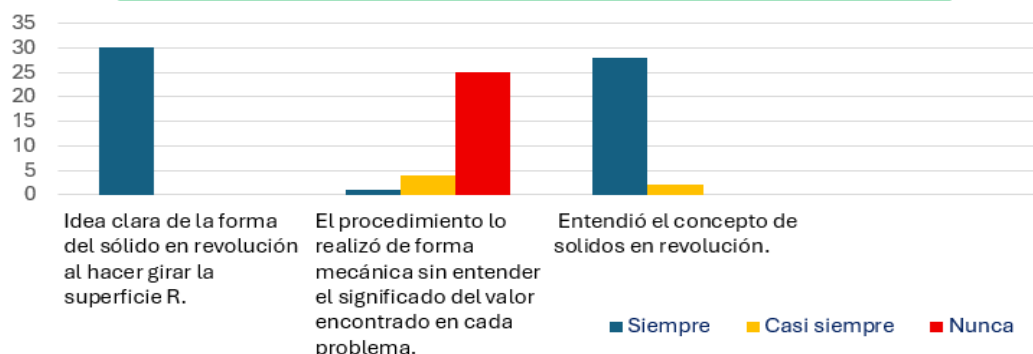


futuro más sobre este tema al ver por primera vez la relación que existe entre matemática, tecnología y realidad.

El resultado de logro de **aprendizajes significativos del concepto de sólidos de revolución** es garantizado con el resultado de los datos obtenidos en las diferentes actividades realizadas. Una de las actividades medibles numéricamente es cuando el estudiante debe resolver problemas de cálculo de volumen de los sólidos de revolución, que corresponde a la actividad #2, cabe recordar que la actividad se debe resolver primero sin haber usado la aplicación GeoGebra 3D y luego se debe realizar después haber aplicado la realidad aumentada a los problemas con la aplicación GeoGebra 3D; se lograron mejores resultados usando la aplicación. Los resultados de la actividad #1 aseguran un nivel de comprensión bien bajo en cuanto a la forma de los sólidos en revolución sin el uso de la aplicación, a diferencia de cuando se usa la aplicación GeoGebra 3D que el nivel de comprensión es bien alto en cuanto a la forma de los sólidos en revolución. En cuanto al cuestionario de las 12 preguntas el estudiante pudo responderlo luego de realizar las actividades comentadas en el párrafo anterior, el resultado de los datos obtenidos en este cuestionario garantiza un aprendizaje significativo en cuanto a la comprensión del concepto de sólidos de revolución como lo muestran las siguientes gráficas: (el eje vertical de las gráficas se refiere a número de estudiantes)



Con el uso de la herramienta tecnológica de realidad aumentada:



El resultado de que **surge el interés en el cálculo correcto de volumen de sólidos de revolución usando integrales** se garantiza con las respuestas del cuestionario ya que las mismas prueban que después de haber usado la aplicación, este interés por resolver los problemas correctamente aumenta. También el resultado de las respuestas del cuestionario garantiza que el uso de la aplicación GeoGebra 3D motivo a que **en el futuro el estudiante investigue más relaciones entre las matemáticas, la tecnología y la vida real.**

CONCLUSIONES

La tecnología de la realidad aumentada a llegado a los docentes que tienen la motivación de explorar la conexión que hay entre las matemáticas y el ambiente virtual. A pesar de que los estudiantes viven prácticamente todo el tiempo en la virtualidad con el uso de sus smartphones, casi el 100 % manifiesta haberse enterado por primera vez que existen herramientas tecnológicas que pueden recrear conceptos matemáticos tan complejos como un sólido en revolución. El tema de los sólidos en revolución en la materia de cálculo de las universidades es un tema bien complejo difícil de explicar y de asimilar por los estudiantes ya que se requiere de tener una idea bien clara de la forma global del objeto a estudiar. El uso de la realidad aumentada por medio de la aplicación GeoGebra 3D ha sido crucial ya que transformo un concepto tan abstracto como lo es un sólido en revolución en una experiencia visual y manipulable en tres dimensiones, permitiendo su observación desde cualquier ángulo como si estuvieran allí. La tecnología de realidad aumentada ayudo significativamente a obtener una mejor comprensión de los sólidos en revolución, permitiendo tener una idea clara y global de la forma del sólido al hacer girar una superficie y poder así evaluar su volumen. La naturaleza lúdica e interactiva de la realidad

aumentada despertó el interés en el estudiante por resolver correctamente los problemas haciendo la clase mas atractiva y menos abstracta. También motivo al estudiante despertando el interés por investigar más sobre las tecnologías en el área de matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bejerano, P. (2015). *El origen de la realidad aumentada*. ThinkBig. <https://blogthinkbig.com/realidad-aumentada-origen>
- Bermúdez Mario. (23 de octubre de 2016). *Geometry-AR (Augmented Reality)* (video). YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=x7J2M77EYhg>
- Cepeda, P. A., Mendoza, M. A., & Rodríguez, A. A. (2018). *Tecnología de Realidad Aumentada para enriquecer ambientes culturales y educativos. Caso: el Museo de Historia Natural de la UPTC*. ESPACIOS, 39(40), 34. <https://www.revistaespacios.com/a18v39n40/a18v39n40p34.pdf>
- Chimarro, M.G. (2022). *Material didáctico innovador para la enseñanza de cálculo integral en los estudiantes de tercer año de BGU de la Unidad Educativa Teodoro Gómez de la Torre* (Tesis de Licenciatura). Universidad Técnica del Norte. <https://repositorio.utn.edu.ec/bitstream/123456789/12982/2/FECYT%204034%20TRABAJO%20DE%20GRADO.pdf>
- Jiménez Roberto. (15 de julio de 2020). *Realidad Aumentada (AR) con GeoGebra Calculadora 3D - Función paramétrica - Velocidad y Aceleración* (video). YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=5Drvt1eGCtE&t=112s>
- Laras, L., & Villarreal, J. L. (2004). *La Realidad Aumentada: una tecnología a la espera de usuarios*. Revista Digital Universitaria, 5(7). https://www.revista.unam.mx/vol.8/num6/art48/jun_art48.pdf
- Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con Geometría Analítica* (octava edición). Mc Graw Hill Interamericana.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo* (7ma edición). Grupo Mexicano Mapasa.
- López, M. A. (2023). *Sólidos de Revolución: una forma de entender la integral*. MICA, 4(8), 81-88. <https://share.google/9H3EoR1tgLB51pYa9>



- Luque, J. (2020). *Realidad Virtual y Realidad Aumentada*. Revista Digital de ACTA. https://www.acta.es/medios/articulos/ciencias_y_tecnologia/063001.pdf
- Murugesan, V., Mbonigaba, C., & Kumar, D. (2016). *El constructivismo en el aula de matemática: teoría, práctica y desafíos*. Revista de Ingeniería, Investigación Científica y Aplicaciones (JESRA), 2(2), 233-243. https://www.researchgate.net/publication/391162007_Constructivism_in_the_Math_Classroom_Theory_Practice_and_Challenges
- Ochoa Eder. (30 de agosto de 2023). *Tutorial Sólidos RA* (video). YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=MDz4eT_JQmA
- Tandazo, J. A., Alava, H. E., & Aguilar, W. S. (2025). *Innovando la Planificación Docente con la Tecnología en la Era Digital*. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 9(6), 670-688. <https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/20884/29905>
- Toaza Hanne. (27 de julio de 2020). *Utilización de Geometry AR en los Cuerpos Geométricos* (video). YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=fZZKqw_FypY
- Vergara José Luis. (1 de mayo de 2020). *Cómo crear un sólido de Revolución en la aplicación GeoGebra 3D del celular* (video). YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=SN1pNYm-iU8>
- Zill, D. (1992). *Cálculo con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamericana.

