Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), enero-febrero 2026,
Volumen 10, Número 1.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i1

DINÁMICA DEL MODELO DE SOLOW-SWAN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES

DYNAMICS OF THE SOLOW–SWAN MODEL THROUGH DIFFERENTIAL EQUATIONS

Pedro Saucedo
Universidad de Panamá, Panamá

Eric Antonio Acevedo
Universidad de Panamá, Panamá

Daniel Sánchez Díaz
Universidad de Panamá, Panamá

Assem Nadim Abou Ltaif Goti
Investigador Independiente, Panamá

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i1.22984

Dinámica del Modelo de Solow-Swan mediante Ecuaciones Diferenciales

Pedro Saucedo[1]
Pedro.saucedo@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-0007-0539-4554
Universidad de Panamá
Panamá

Eric Antonio Acevedo
eric.acevedo@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-0004-5925-6497
Universidad de Panamá
Panamá

Daniel Sánchez Díaz
daniel-a.sanchez@up.ac.pa
https://orcid.org/0009-008-4326-5734
Universidad de Panamá
Panamá

Assem Nadim Abou Ltaif Goti
assem.gotti@gmail.com
https://orcid.org/0009-0007-6820-2134
Investigador Independiente
Panamá

RESUMEN

El modelo de Solow-Swan constituye uno de los marcos fundamentales para comprender la dinámica del crecimiento económico de largo plazo. Este artículo profundiza en el análisis matemático del modelo mediante el desarrollo formal de sus ecuaciones diferenciales, destacando cómo la interacción entre ahorro, depreciación y crecimiento poblacional determina la evolución del capital per cápita. Se examina la ecuación diferencial autónoma que describe la dinámica del sistema, se identifica el estado estacionario y se evalúa su estabilidad mediante análisis cualitativo. Asimismo, se construyen diagramas de fase que permiten visualizar la convergencia hacia el equilibrio y se discuten extensiones modernas del modelo que incorporan retardos temporales, funciones de producción alternativas y progreso tecnológico endógeno. Los resultados muestran que el modelo básico presenta un equilibrio estable y globalmente convergente, mientras que sus extensiones pueden generar dinámicas más complejas. El estudio aporta una comprensión más profunda del comportamiento dinámico del modelo y de su relevancia para la teoría del crecimiento económico.

***Palabras clave*:** crecimiento, solow, dinámica, ecuaciones, estabilidad

[1] Autor principal
Correspondencia: Pedro.saucedo@up.ac.pa

Dynamics of the Solow–Swan Model through Differential Equations

ABSTRACT

The Solow–Swan model is one of the foundational frameworks for understanding long-run economic growth. This article provides an in-depth mathematical examination of the model through the formal development of its differential equations, emphasizing how the interaction among savings, depreciation, and population growth shapes the evolution of capital per worker. The autonomous differential equation governing the system's dynamics is analyzed to identify the steady state and evaluate its stability using qualitative methods. Phase diagrams are constructed to illustrate convergence toward equilibrium, and modern extensions of the model are discussed, including time delays, alternative production functions, and endogenous technological progress. The results show that the basic model exhibits a stable and globally convergent equilibrium, while its extensions may generate more complex dynamics. This study offers a deeper understanding of the model's dynamic behavior and its significance within growth theory.

***Keywords*:** growth, solow, dynamics, equations, stability

Artículo recibido 02 febrero 2026
Aceptado para publicación: 27 febrero 2026

INTRODUCCIÓN

El estudio del crecimiento económico ha sido uno de los ejes centrales de la teoría macroeconómica desde mediados del siglo XX, y dentro de este campo el modelo de Solow–Swan ocupa un lugar privilegiado como la formulación más influyente y duradera para explicar la evolución del ingreso y la productividad en el largo plazo. Propuesto de manera independiente por Robert Solow y Trevor Swan en 1956, el modelo introdujo una estructura analítica capaz de superar las limitaciones del enfoque Harrod-Domar, particularmente su tendencia a la inestabilidad y su dependencia de condiciones muy restrictivas para lograr un crecimiento equilibrado. En contraste, el modelo de Solow–Swan mostró que, bajo supuestos neoclásicos razonables, la economía converge de manera natural hacia un estado estacionario estable, determinado por la interacción entre ahorro, depreciación, crecimiento poblacional y progreso tecnológico.

Más allá de su importancia histórica, el modelo destaca por su formulación dinámica basada en ecuaciones diferenciales, lo que permite estudiar la trayectoria temporal del capital per cápita y comprender cómo la economía responde a cambios en sus parámetros fundamentales. La ecuación diferencial que describe la evolución del capital por trabajador sintetiza la esencia del proceso de acumulación: la inversión neta resultado del ahorro impulsa el crecimiento del capital, mientras que la depreciación y el crecimiento de la fuerza laboral actúan como fuerzas que lo reducen. Esta estructura genera una dinámica no lineal que puede analizarse mediante herramientas matemáticas como el estudio de estabilidad, los diagramas de fase y el análisis cualitativo de ecuaciones diferenciales autónomas.

Sin embargo, a pesar de que el modelo es ampliamente enseñado en cursos de macroeconomía, su dimensión matemática suele presentarse de manera simplificada, enfocándose en la intuición económica y dejando de lado el potencial analítico que ofrece un tratamiento riguroso de sus ecuaciones diferenciales. Este vacío es particularmente relevante porque la dinámica del modelo, su comportamiento fuera del equilibrio, la velocidad de convergencia, la sensibilidad a los parámetros y la estabilidad global, solo puede comprenderse plenamente mediante un análisis formal de la ecuación diferencial que lo gobierna. Además, el estudio matemático del modelo permite establecer conexiones con sistemas dinámicos más complejos y con extensiones modernas que incorporan nuevas variables, retardos temporales o funciones de producción alternativas.

El propósito de este artículo es profundizar en la dinámica del modelo de Solow–Swan mediante un análisis detallado de sus ecuaciones diferenciales, explorando tanto su formulación básica como sus implicaciones dinámicas. En primer lugar, se presenta la estructura fundamental del modelo, destacando los supuestos neoclásicos que permiten expresar la producción en términos per cápita y derivar la ecuación diferencial central. Posteriormente, se analiza el estado estacionario y se estudia su estabilidad mediante herramientas matemáticas, mostrando que el equilibrio es globalmente estable bajo condiciones estándar de concavidad y rendimientos decrecientes del capital. Este análisis se complementa con diagramas de fase que ilustran visualmente la convergencia hacia el equilibrio y permiten interpretar la dinámica del capital en distintos escenarios.

El artículo también examina extensiones contemporáneas del modelo que enriquecen su estructura dinámica. Entre ellas se incluyen modelos con retardos temporales, que introducen ecuaciones diferenciales con memoria y pueden generar oscilaciones alrededor del equilibrio; modelos con progreso tecnológico endógeno, que transforman el sistema en un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas; y modelos con funciones de producción alternativas, como la CES o la translog, que modifican la forma de la ecuación diferencial y pueden alterar la estabilidad del sistema. Estas extensiones muestran que el modelo de Solow–Swan, lejos de ser una estructura rígida, constituye un marco flexible que puede adaptarse para capturar dinámicas más complejas del crecimiento económico.

El análisis detallado de la dinámica del modelo no solo permite comprender mejor su comportamiento interno, sino que también ofrece una base sólida para evaluar su relevancia empírica y sus limitaciones. En un contexto donde la modelación matemática y los sistemas dinámicos adquieren un papel cada vez más importante en la economía moderna, retomar el modelo de Solow–Swan desde una perspectiva rigurosa resulta especialmente pertinente. Este enfoque permite apreciar la elegancia matemática del modelo, su capacidad para generar predicciones robustas y su utilidad como punto de partida para teorías más avanzadas del crecimiento económico.

MARCO TEÓRICO

El modelo de Solow–Swan se inscribe dentro de la tradición neoclásica del crecimiento económico y constituye uno de los marcos analíticos más influyentes para estudiar la evolución del ingreso y la productividad en el largo plazo.

Su formulación parte de la idea de que la producción agregada de una economía depende de tres factores fundamentales: el capital físico, el trabajo y el nivel de tecnología. A diferencia de modelos previos, como el de Harrod-Domar, que presentaban trayectorias inherentemente inestables, Solow y Swan demostraron que, bajo supuestos razonables de rendimientos decrecientes y comportamiento optimizador, la economía converge hacia un estado estacionario estable. Esta contribución transformó la teoría del crecimiento al introducir un enfoque dinámico basado en ecuaciones diferenciales que describe la evolución temporal del capital per cápita.

Fundamentos neoclásicos del modelo.

El modelo se construye sobre una función de producción agregada $F(K, L)$ que cumple tres propiedades esenciales: rendimientos constantes a escala, productividad marginal decreciente y condiciones de Inada. Estas características garantizan que la economía pueda representarse en términos per cápita mediante la función $y = f(k)$, donde k es el capital por trabajador. La dinámica del modelo surge de la interacción entre la inversión (determinada por la tasa de ahorro) y la depreciación del capital, junto con el crecimiento de la población. Esta estructura permite derivar una ecuación diferencial autónoma que describe la evolución del capital per cápita y que constituye el núcleo matemático del modelo.

La ecuación diferencial como representación dinámica.

La ecuación diferencial fundamental del modelo,

$$\frac{dk}{dt} = sf(k) - (\delta + n)k$$

resume el proceso de acumulación de capital. El término $sf(k)$ representa la inversión por trabajador, mientras que $(\delta + n)k$ recoge la depreciación del capital y el efecto del crecimiento poblacional. Esta formulación permite analizar la trayectoria temporal del capital, identificar el estado estacionario y estudiar su estabilidad.

La ecuación es no lineal y autónoma, lo que facilita el uso de herramientas de análisis cualitativo, como diagramas de fase y evaluación de derivadas, para comprender el comportamiento del sistema sin necesidad de soluciones explícitas.

Estado estacionario y estabilidad

El equilibrio del modelo se define por el punto en el cual la inversión neta es igual a cero, es decir, cuando la economía deja de acumular capital per cápita. Este estado estacionario surge de la igualdad

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

La estabilidad del equilibrio depende de la forma de la función de producción y de la relación entre ahorro, depreciación y crecimiento poblacional. Bajo los supuestos neoclásicos, el equilibrio es globalmente estable: si el capital inicial es inferior al nivel estacionario, la inversión supera la depreciación y el capital crece; si es superior, ocurre lo contrario. Este comportamiento garantiza que la economía converge hacia el estado estacionario independientemente de su punto de partida, lo que constituye una de las conclusiones más importantes del modelo.

Aportes y limitaciones del modelo básico.

El modelo de Solow–Swan ha sido fundamental para explicar la convergencia económica entre países, el papel del ahorro y la importancia del progreso tecnológico. Sin embargo, su carácter exógeno respecto a la tecnología y su simplicidad estructural han motivado el desarrollo de extensiones que buscan capturar dinámicas más complejas. Entre las principales limitaciones se encuentran la ausencia de decisiones microfundamentadas sobre ahorro, la falta de mecanismos internos de innovación y la imposibilidad de generar crecimiento sostenido sin progreso tecnológico externo.

Extensiones modernas del modelo

La literatura contemporánea ha ampliado el modelo incorporando nuevas ecuaciones diferenciales que modifican su comportamiento dinámico. Algunas de las extensiones más relevantes incluyen:

1. Progreso tecnológico endógeno, donde la tecnología evoluciona según una ecuación diferencial adicional.
2. Funciones de producción alternativas, como la CES, que alteran la forma de la ecuación diferencial y pueden modificar la estabilidad del equilibrio.
3. Modelos con retardos temporales, que introducen memoria en el sistema y pueden generar oscilaciones o ciclos alrededor del estado estacionario.
4. Sistemas dinámicos de mayor dimensión, que permiten estudiar interacciones entre capital físico, capital humano y tecnología.

Estas extensiones muestran que el modelo de Solow–Swan es un punto de partida flexible para analizar dinámicas económicas complejas y que su formulación diferencial permite explorar comportamientos que van más allá de la convergencia estable del modelo básico.

Formulación matemática del modelo.

La formulación matemática del modelo de Solow–Swan constituye el núcleo analítico que permite estudiar su comportamiento dinámico. Esta sección desarrolla de manera rigurosa la estructura formal del modelo, partiendo de la función de producción agregada y avanzando hacia la ecuación diferencial que describe la evolución del capital per cápita. El objetivo es establecer las bases matemáticas necesarias para el análisis dinámico posterior, incluyendo estabilidad, convergencia y comportamiento fuera del equilibrio.

Función de producción agregada.

El modelo parte de una función de producción neoclásica:

$$Y(t) = F\big(K(t), L(t)\big)$$

donde $Y(t)$ es la producción total, $K(t)$ el capital físico y $L(t)$ la fuerza laboral. La función F cumple tres propiedades fundamentales:

1. Rendimientos constantes a escala: $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$
2. Productividades marginales decrecientes: $F_K < 0, F_L < 0, F_{KK} < 0, F_{LL} < 0$
3. Condiciones de Inada: $\lim_{k\to 0} f'(k) = \infty$, $\lim_{k\to\infty} f'(k) = 0$

Estas propiedades garantizan que el modelo tenga un equilibrio único y estable.

Transformación a variables per cápita.

Dado que la población crece a una tasa constante n , se define:

$$L(t) = L_0 e^{nt}$$

Para estudiar la dinámica del capital por trabajador, se introduce:

$$k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}, \qquad y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)} = f\big(k(t)\big).$$

La función $f(k)$ hereda las propiedades de F: es creciente, cóncava y cumple las condiciones de Inada.

Acumulación de capital y ecuación fundamental.

La acumulación de capital total está dada por:

$$\frac{dK}{dt} = sY(t) - \delta K(t)$$

donde:

s es la tasa de ahorro,

δ es la tasa de depreciación.

Dividiendo entre $L(t)$ y usando la regla del cociente:

$$\frac{dk}{dt} = sf(k) - (\delta + n)k$$

Esta es la ecuación diferencial fundamental del modelo, una ecuación autónoma, no lineal y de primer orden.

Interpretación económica de la ecuación diferencial.

Cada término tiene un significado económico preciso:

Inversión por trabajador: $sf(k)$ representa la parte del producto destinada a aumentar el capital.

Depreciación efectiva: $(\delta + n)k$ combina la depreciación física del capital y la necesidad de equipar a los nuevos trabajadores.

La dinámica del capital depende del signo de: $sf(k) - (\delta + n)k$

1. Si es positivo, el capital crece.
2. Si es negativo, el capital disminuye.
3. Si es cero, la economía está en equilibrio.

Estado estacionario

El estado estacionario k^* se obtiene resolviendo:

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

Este punto representa el nivel de capital por trabajador en el cual la inversión neta es exactamente igual a cero.

Propiedades matemáticas de la ecuación diferencial.

La ecuación:

$$\frac{dk}{dt} = g(k) = sf(k) - (\delta + n)k$$

posee las siguientes propiedades:

1. Es autónoma, pues no depende explícitamente del tiempo.
2. Es continuamente diferenciable, dado que $f(k)$ lo es.
3. Tiene un único punto de equilibrio positivo, garantizado por la concavidad de $f(k)$.
4. Presenta estabilidad global, ya que: $g'(k) = sf'(k) - (\delta + n) < 0$ para valores suficientemente grandes de k , y $g'(0) = sf'(0) - (\delta + n) > 0$ por las condiciones de Inada.

Estas propiedades permiten aplicar análisis cualitativo de ecuaciones diferenciales para estudiar la convergencia hacia el equilibrio.

Representación gráfica

La ecuación diferencial puede visualizarse mediante dos curvas:

1. Curva de inversión: $sf(k)$
2. Curva de depreciación: $(\delta + n)k$

El cruce determina k^*, la posición relativa de las curvas determina la dirección del movimiento del capital.

Equilibrio y estabilidad del modelo.

El análisis del equilibrio y la estabilidad constituye uno de los elementos centrales en la comprensión dinámica del modelo de Solow–Swan. A partir de la ecuación diferencial fundamental que describe la evolución del capital por trabajador, es posible identificar el estado estacionario, estudiar su estabilidad local y global, y caracterizar el comportamiento de la economía en torno a dicho punto. Esta sección desarrolla estos elementos de manera rigurosa, integrando interpretación económica y análisis matemático.

Definición del estado estacionario

El estado estacionario se define como el nivel de capital por trabajador k^* en el cual la economía deja de experimentar cambios en el tiempo. Matemáticamente, corresponde al punto donde la inversión por trabajador es exactamente igual a la depreciación efectiva del capital:

$$\frac{dk}{dt} = 0$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial fundamental,

$$\frac{dk}{dt} = sf(k) - (\delta + n)k$$

el estado estacionario se obtiene resolviendo:

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

Este punto representa el nivel de capital por trabajador en el cual la inversión neta es nula. La existencia de un único equilibrio positivo está garantizada por la concavidad de la función de producción y por las condiciones de Inada, que aseguran que la inversión es inicialmente muy alta y eventualmente insuficiente para compensar la depreciación.

Interpretación económica del equilibrio

El equilibrio refleja un balance entre dos fuerzas:

1. La inversión, que impulsa el crecimiento del capital por trabajador.
2. La depreciación efectiva, que incluye tanto la depreciación física del capital como el crecimiento de la población.

En niveles bajos de capital, la productividad marginal es alta y la inversión supera la depreciación, lo que genera crecimiento. En niveles altos, la productividad marginal disminuye y la depreciación domina, reduciendo el capital. El equilibrio surge como el punto donde ambas fuerzas se igualan.

Estabilidad del estado estacionario.

Para estudiar la estabilidad del equilibrio, se analiza el signo de la derivada de la función dinámica:

$$g(k) = sf(k) - (\delta + n)k$$

La estabilidad local se determina evaluando:

$$g'(k) = sf'(k) - (\delta + n)$$

En el punto de equilibrio k^*, la estabilidad requiere: $g'(k) < 0$.

Dado que $f'(k)$ es decreciente y tiende a cero cuando k crece, y que las condiciones de Inada garantizan que $f'(k)$ es muy grande cuando k es pequeño, se cumple que:

Para $k < k^*$, $g(k) > 0$ y el capital crece.

Para $k > k^*$, $g(k) < 0$ y el capital disminuye.

Esto implica que el equilibrio es asintóticamente estable: cualquier desviación del estado estacionario genera fuerzas que empujan a la economía de regreso hacia él.

Estabilidad global

La estabilidad global del modelo se deriva de la forma de la función de producción y de la estructura de la ecuación diferencial. La concavidad de $f(k)$ garantiza que la inversión disminuye a medida que aumenta el capital, mientras que la depreciación efectiva crece linealmente. Esto asegura que:

1. Existe un único punto donde ambas curvas se cruzan.
2. La inversión es mayor que la depreciación para niveles bajos de capital.
3. La depreciación es mayor que la inversión para niveles altos.

Por tanto, el equilibrio es globalmente atractivo: independientemente del nivel inicial de capital, la economía converge hacia k^*.

Comportamiento dinámico alrededor del equilibrio

El análisis cualitativo de la ecuación diferencial permite caracterizar el comportamiento de la economía:

Si $k(0) < k^*$, la economía experimenta crecimiento acelerado del capital por trabajador, impulsado por una alta productividad marginal.

Si $k(0) > k^*$, la economía reduce su capital por trabajador debido a que la depreciación efectiva supera la inversión.

Si $k(0) = k^*$, la economía permanece en equilibrio.

Este comportamiento es consistente con la intuición económica: las economías pobres tienden a crecer más rápido que las ricas, un fenómeno conocido como convergencia condicional.

Representación gráfica del equilibrio.

El equilibrio puede visualizarse mediante dos curvas:

1. Curva de inversión: $sf(k)$, creciente y cóncava.
2. Curva de depreciación: $(\delta + n)k$, una recta creciente.

El cruce de ambas determina el estado estacionario. La posición relativa de las curvas permite identificar la dirección del movimiento del capital:

Por debajo del cruce, la inversión es mayor que la depreciación.

Por encima, ocurre lo contrario.

Esta representación gráfica es fundamental para construir el diagrama de fase que se desarrolla en la siguiente sección.

RESULTADOS

El análisis del modelo de Solow–Swan desde la perspectiva de las ecuaciones diferenciales permite obtener un conjunto de resultados sólidos que describen con claridad la lógica interna del crecimiento económico neoclásico. En primer lugar, se confirma la existencia de un único punto de equilibrio hacia el cual converge la economía en el largo plazo. Este equilibrio no es un artefacto algebraico, sino la consecuencia directa de la interacción entre la inversión y la depreciación efectiva del capital. La inversión crece a un ritmo decreciente debido a la productividad marginal decreciente, mientras que la depreciación aumenta proporcionalmente al capital. Esta estructura garantiza que ambas fuerzas se crucen una sola vez, lo que asegura un estado estacionario único y bien definido.

Un segundo resultado relevante es la estabilidad global del equilibrio. La dinámica del modelo muestra que, cuando el capital inicial es bajo, la economía experimenta un crecimiento acelerado impulsado por una alta productividad marginal del capital. En cambio, cuando el capital inicial es elevado, la depreciación efectiva supera la inversión y el capital tiende a disminuir. Esta relación inversa entre el nivel de capital y la dirección del movimiento garantiza que todas las trayectorias converjan hacia el mismo punto de largo plazo. Desde una perspectiva económica, este resultado implica que las diferencias iniciales entre economías no determinan su destino final, siempre que compartan parámetros estructurales similares.

Un tercer resultado es la naturaleza monótona de las trayectorias dinámicas. El modelo no genera oscilaciones, ciclos ni comportamientos caóticos. Las economías que parten por debajo del equilibrio avanzan de manera continua hacia él, mientras que las que parten por encima retroceden gradualmente. Esta ausencia de fluctuaciones endógenas refleja la simplicidad del modelo, pero también su capacidad para capturar procesos de ajuste ordenados y predecibles. En términos empíricos, este comportamiento ha sido interpretado como evidencia de que las economías tienden a corregir desequilibrios de manera progresiva, sin necesidad de mecanismos complejos.

Otro resultado importante es la velocidad de convergencia. El modelo predice que las economías se acercan al estado estacionario a una tasa constante determinada por factores estructurales como el ahorro, la depreciación y el crecimiento poblacional. Este hallazgo ha sido fundamental para la literatura empírica sobre convergencia, ya que permite contrastar la teoría con datos reales y evaluar si las economías efectivamente se aproximan a sus niveles de largo plazo a la velocidad prevista.

Finalmente, los resultados del análisis dinámico permiten extraer implicaciones económicas significativas. El modelo sugiere que la acumulación de capital es un motor de crecimiento en las primeras etapas del desarrollo, pero que su efecto se atenúa con el tiempo debido a los rendimientos decrecientes. También destaca que el crecimiento sostenido del ingreso per cápita no puede explicarse únicamente por la acumulación de capital físico, sino que requiere progreso tecnológico. Esta conclusión ha sido clave para el desarrollo de modelos más avanzados que incorporan innovación, capital humano y otros factores endógenos.

En conjunto, los resultados muestran que el modelo de Solow–Swan ofrece una representación coherente, estable y conceptualmente clara del proceso de crecimiento económico, y que su formulación mediante ecuaciones diferenciales permite comprender con precisión la dinámica que conduce a la economía hacia su equilibrio de largo p

DISCUSIÓN

El análisis dinámico del modelo de Solow–Swan desarrollado en las secciones anteriores permite interpretar con mayor profundidad la lógica interna del modelo y su capacidad para explicar patrones observados en el crecimiento económico. La estructura diferencial del modelo revela que su comportamiento está determinado por la interacción entre fuerzas que impulsan la acumulación de capital y fuerzas que la limitan. Esta interacción genera una dinámica estable y predecible, lo que explica por qué el modelo ha sido tan influyente en la teoría macroeconómica.

Un primer elemento relevante es la robustez del estado estacionario. La existencia de un único equilibrio positivo y su estabilidad global muestran que el modelo posee una estructura dinámica simple pero poderosa: independientemente del nivel inicial de capital, la economía converge hacia un punto de largo plazo determinado por parámetros estructurales como el ahorro, la depreciación y el crecimiento poblacional. Esta característica ha sido fundamental para interpretar la convergencia entre economías, especialmente en contextos donde los países comparten instituciones y tecnologías similares.

Otro aspecto importante es la monotonía de las trayectorias dinámicas. La ausencia de oscilaciones o ciclos en el modelo básico refleja la naturaleza determinista y estable del sistema. Desde una perspectiva matemática, esto se explica por la forma de la ecuación diferencial autónoma y por la concavidad de la función de producción. Desde una perspectiva económica, implica que los procesos de ajuste hacia el equilibrio son graduales y predecibles, sin fluctuaciones endógenas. Esta característica ha sido criticada por su simplicidad, pero también ha permitido que el modelo sirva como punto de partida para extensiones más complejas.

La velocidad de convergencia constituye otro resultado relevante. La linealización alrededor del equilibrio muestra que la convergencia es exponencial, lo que implica que las economías se acercan al estado estacionario a una tasa constante determinada por la productividad marginal del capital y por los parámetros estructurales. Este resultado ha sido ampliamente utilizado en estudios empíricos para evaluar la convergencia entre países y regiones, y ha permitido contrastar la teoría con datos reales.

Finalmente, la discusión del modelo revela sus limitaciones estructurales. La ausencia de progreso tecnológico endógeno, la falta de microfundamentos para el ahorro y la imposibilidad de generar ciclos o dinámicas complejas son aspectos que han motivado el desarrollo de modelos más avanzados. Sin embargo, estas limitaciones no disminuyen la importancia del modelo; por el contrario, subrayan su papel como base conceptual y matemática para teorías posteriores.

En conjunto, el análisis dinámico del modelo de Solow–Swan confirma su relevancia como herramienta para comprender el crecimiento económico y destaca la utilidad de las ecuaciones diferenciales como instrumento para estudiar la evolución temporal de variables macroeconómicas.

CONCLUSIONES

El estudio de la dinámica del modelo de Solow–Swan mediante ecuaciones diferenciales permite obtener una comprensión más profunda de su estructura y de su capacidad para explicar el crecimiento económico de largo plazo. La formulación matemática del modelo revela que la evolución del capital por trabajador está gobernada por una ecuación diferencial autónoma, no lineal y de primer orden, cuya solución describe la trayectoria temporal de la economía.

Los resultados muestran que el modelo posee un estado estacionario único y globalmente estable, determinado por la igualdad entre la inversión por trabajador y la depreciación efectiva.

La estabilidad del equilibrio se deriva de la concavidad de la función de producción y de la estructura lineal de la depreciación, lo que garantiza que la economía converge hacia el equilibrio desde cualquier nivel inicial de capital. Este comportamiento explica fenómenos como la convergencia condicional y la importancia del ahorro en las primeras etapas del desarrollo.

El análisis cualitativo de la ecuación diferencial revela que las trayectorias dinámicas del capital son monótonas y no oscilatorias, lo que refleja la simplicidad y estabilidad del modelo básico. La velocidad de convergencia, determinada por la derivada de la función dinámica en el equilibrio, muestra que el ajuste hacia el estado estacionario es exponencial y depende de parámetros estructurales como el ahorro, la depreciación y el crecimiento poblacional.

Desde una perspectiva económica, el modelo destaca que la acumulación de capital es un motor de crecimiento en el corto y mediano plazo, pero que el crecimiento sostenido requiere progreso tecnológico. Esta conclusión ha sido fundamental para el desarrollo de modelos de crecimiento endógeno y para la interpretación empírica de las diferencias en ingreso entre países.

En síntesis, el análisis dinámico del modelo de Solow–Swan confirma su valor como herramienta teórica y matemática para estudiar el crecimiento económico. Su estructura diferencial permite comprender no solo el equilibrio de largo plazo, sino también las trayectorias que conducen hacia él. Aunque el modelo presenta limitaciones, su simplicidad y claridad lo convierten en un punto de partida indispensable para el estudio de sistemas dinámicos en economía.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Abou Ltaif, A. (2025). *Profundizando el modelo de crecimiento económico de Solow-Swan: Análisis del comportamiento del modelo por medio del desarrollo de sus ecuaciones diferenciales*. Tesis de licenciatura en Matemática, Universidad de Panamá.

Acemoglu, D. (2008). *Introduction to modern economic growth*. Massachusetts Institute of Technology.

Apostol, T. (2006). *Análisis matemático*. Editorial Reverté.

Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (2003). *Economic growth*. MIT Press.

Calderón, D. (2020). *Recursos naturales y crecimiento económico en América Latina (1980–2014)* (Tesis de licenciatura). Universidad de Lima.

Dantzig, G. (1998). Linear programming introduction. *Journal of the Operational Research Society*, 49(1), 1–10.

Destinobles, A. (2007). *Introducción a los modelos de crecimiento económico exógeno y endógeno*. Eumed.net.

Elgar, E. (2023). *The theory of economic growth*. Edward Elgar Publishing.

Flores, J. (2019). *Ecuaciones diferenciales homogéneas* (Tesis de licenciatura). Universidad Nacional Autónoma de México.

Fundación Banco Municipal. (2010). *Crecimiento en tiempo discreto y continuo: Métodos para su descomposición*. Informes Metodológicos.

Gonzales, L. (2021). *Diseño y metodología de la investigación*. Enfoques Consulting EIRL.

Kenton, W. (2021). Classical growth theory. *Investopedia*. https://www.investopedia.com/terms/c/classical-growththeory.asp

Larson, R., & Edwards, B. (2010). *Cálculo de una variable*. McGraw-Hill Interamericana.

Lay, D. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones*. Pearson Educación.

Ljungqvist, L., & Sargent, T. (2000). *Recursive macroeconomic theory*. MIT Press.