

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), marzo-abril 2026,
Volumen 10, Número 2.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2

ANÁLISIS DE PUENTE PEATONAL MEDIANTE ESCANEEO 3D Y MODELO LAPLACIANO

**ANALYSIS OF A PEDESTRIAN BRIDGE USING 3D
SCANNING AND A LAPLACIAN MODEL**

Kevin Eduardo Solís Tolentino
UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Eber Pérez Isidro
UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Jesús Emmanuel Cerón Carballo
UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Cutberto Rodríguez Álvarez
UAEH, Estados Unidos Mexicanos

Análisis de Puente Peatonal Mediante Escaneo 3D y Modelo Laplaciano

Kevin Eduardo Solís Tolentino¹

so435784@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0009-0008-7130-0373>

Ingeniería Civil, UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Eber Pérez Isidro

eber_perez@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-8500-710X>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense

UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Jesús Emmanuel Cerón Carballo

jesus_ceronc@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0003-2809-3387>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense

UAEH

Estados Unidos Mexicanos

Cutberto Rodríguez Álvarez

profe_7479@uaeh.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-9225-8695>

Cuerpo Académico Ingeniería Civil Forense

UAEH

Estados Unidos Mexicanos

RESUMEN

El modelo gaussiano-laplaciano aplicado permitió analizar la variación geométrica de un puente peatonal mediante la integración de seis variables: curvatura global, irregularidad media, rigidez geométrica, distorsión localizada, rugosidad y microdefectos. Su modelado como fuente de deformación define la respuesta geométrica de la estructura. A partir de un levantamiento con 28 escaneos se obtuvo una nube de puntos con espaciado promedio de 1.1 mm y una densidad aproximada de 800,000 puntos por metro cuadrado. Los indicadores de calidad del registro mostraron un error medio de 1.21 mm, un error RMS de 3.24 mm, lo que valida la confiabilidad del modelo as-built. El análisis mediante el operador Laplaciano permitió identificar zonas de variación geométrica, destacando un comportamiento crítico en la región central ($x \approx 0.6$), asociado principalmente a la variable de distorsión localizada. Se observaron contribuciones menores en $x \approx 0.2$ y $x \approx 0.85$, relacionadas con irregularidad media y microdefectos. La correlación entre las variables del modelo, los valores numéricos obtenidos y las representaciones gráficas confirma que la deformación global es el resultado de la interacción de múltiples efectos locales. En conjunto, el modelo demuestra ser una herramienta eficaz para la caracterización cuantitativa de la geometría, permitiendo identificar, ubicar y analizar defectos con base en datos reales y fundamentos matemáticos sólidos.

Palabras clave: escáner; nube de puntos; laplaciano; geometría; mapeo; puente peatonal

¹ Autor principal.

Correspondencia: eber_perez@uaeh.edu.mx

Analysis of a Pedestrian Bridge Using 3D Scanning and a Laplacian Model

ABSTRACT

The applied Gaussian-Laplacian model allowed for the analysis of the geometric variation of a pedestrian bridge through the integration of six variables: global curvature, mean irregularity, geometric stiffness, localized distortion, roughness, and microdefects. Modeling these variables as a source of deformation defines the geometric response of the structure. A point cloud with an average spacing of 1.1 mm and an approximate density of 800,000 points per square meter was obtained from a survey consisting of 28 scans. The data quality indicators showed a mean error of 1.21 mm and an RMS error of 3.24 mm, validating the reliability of the as-built model. Analysis using the Laplacian operator identified areas of geometric variation, highlighting critical behavior in the central region ($x \leq 0.6$), primarily associated with the localized distortion variable. Minor contributions were observed at $x \leq 0.2$ and $x \leq 0.85$, related to mean irregularity and microdefects. The correlation between the model variables, the numerical values obtained, and the graphical representations confirms that the global deformation is the result of the interaction of multiple local effects. Overall, the model proves to be an effective tool for the quantitative characterization of geometry, allowing for the identification, location, and analysis of defects based on real data and sound mathematical principles.

Keywords: scanner; point cloud; laplacian; geometry; mapping; pedestrian bridge

Artículo recibido 20 marzo 2026
Aceptado para publicación: 15 abril 2026



INTRODUCCIÓN

La evaluación geométrica de infraestructuras mediante tecnologías de captura tridimensional ha cobrado gran relevancia en el ámbito de la ingeniería civil, particularmente en el análisis de estructuras existentes bajo condiciones reales de operación. En este contexto, el uso de escáner láser 3D permite obtener nubes de puntos de alta densidad y precisión, capaces de representar con fidelidad la geometría as-built de elementos como puentes peatonales, facilitando su documentación, análisis y monitoreo.

A diferencia de los métodos tradicionales de levantamiento, las técnicas basadas en escaneo láser proporcionan una descripción continua de la superficie, lo que posibilita la aplicación de herramientas matemáticas avanzadas para el estudio de la variación geométrica. Entre estas herramientas, el operador Laplaciano destaca por su capacidad para identificar cambios locales en la forma, permitiendo detectar irregularidades, discontinuidades y posibles anomalías geométricas en modelos tridimensionales.

En este trabajo se propone un enfoque basado en un modelo gaussiano-laplaciano, en el cual las deformaciones geométricas del puente se representan como la superposición de múltiples fuentes localizadas. Cada una de estas fuentes modela distintos tipos de defectos, tales como curvatura global, irregularidad media, distorsión localizada y micro defectos, integrándose en una formulación tipo ecuación de Poisson que describe la distribución espacial de la deformación.

El objetivo principal de la investigación es generar un modelo tridimensional preciso del puente peatonal mediante escáner láser 3D y aplicar un análisis laplaciano que permita interpretar la variación geométrica de la estructura. De esta manera, se busca contribuir al desarrollo de metodologías cuantitativas para la evaluación geométrica avanzada de infraestructuras existentes, (Cerón, 2026b).

MARCO CONCEPTUAL

El presente estudio se fundamenta en la integración de conceptos provenientes de la topografía, la geometría diferencial y el procesamiento de datos tridimensionales, con el objetivo de analizar la variación geométrica de estructuras mediante modelos matemáticos avanzados. En primer lugar, la nube de puntos constituye la representación básica obtenida mediante escáner láser 3D. Esta se define como un conjunto masivo de puntos en el espacio tridimensional, cada uno con coordenadas (x, y, z) , que describen la superficie de un objeto con alta densidad y precisión.



A partir de esta información, es posible reconstruir modelos tridimensionales conocidos como modelos as-built, los cuales representan fielmente el estado real de la estructura. Para el análisis geométrico, se emplea el concepto de malla triangulada, que consiste en discretizar la superficie en elementos finitos (triángulos), permitiendo aplicar operadores matemáticos sobre una estructura computacional manejable. En este contexto, el operador Laplaciano discreto se utiliza como herramienta fundamental para evaluar la variación local de la geometría. El Laplaciano es un operador diferencial que mide la diferencia entre un punto y el promedio de sus vecinos, lo que permite identificar cambios locales en la forma. En geometría de superficies, este operador está relacionado con la curvatura media, siendo un indicador clave de irregularidades, deformaciones o discontinuidades geométricas.

Asimismo, se introduce el concepto de modelo gaussiano de defectos, en el cual las anomalías geométricas se representan mediante funciones gaussianas localizadas. Cada función describe la intensidad, ubicación y extensión de un defecto específico, permitiendo modelar fenómenos reales sin asumir periodicidad. La combinación de estos conceptos da lugar a un enfoque basado en la ecuación de Poisson, donde el Laplaciano de la geometría está asociado a fuentes de deformación. Este marco conceptual permite interpretar la geometría del puente no solo como una forma estática, sino como un sistema influenciado por variaciones locales que pueden ser cuantificadas y analizadas, (Cerón, 2026b).

MARCO TEÓRICO

El análisis geométrico de estructuras mediante datos tridimensionales se apoya en fundamentos de la geometría diferencial y en métodos numéricos aplicados a superficies discretas. En este contexto, la representación de una estructura mediante una nube de puntos obtenida por escáner láser 3D permite aproximar su geometría real con alta resolución, lo cual constituye la base para la generación de modelos tridimensionales as-built. Para el tratamiento matemático de estas superficies, es necesario discretizar la geometría mediante una malla triangulada, definida como un conjunto de vértices V y caras F , sobre la cual se pueden aplicar operadores diferenciales discretos. Uno de los más relevantes es el operador Laplaciano de Laplace–Beltrami, que en el caso continuo se define como se presenta en la Ecuación 1:

$$\Delta_S x = \operatorname{div}_S(\nabla_S x) \quad ; \quad \left(\Delta x \right)_i = \frac{1}{2A_i} \sum_{j \in N(i)} (\cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij})(x_i - x_j) \quad (1)$$

$$\Delta_S x \approx 2Hn$$



$$L_i(x) = A_i \exp\left(-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right); \quad D(x) = \sum_{i=1}^6 L_i(x); \quad \Delta u = f(x) \quad (2)$$

donde Δ_S representa el Laplaciano sobre la superficie S , ∇_S es el gradiente superficial y div_S es la divergencia. Este operador permite medir la variación local de una función definida sobre la superficie, siendo particularmente útil para analizar la forma geométrica. En superficies discretas, el Laplaciano se aproxima mediante formulaciones numéricas. Una de las más utilizadas es el Laplaciano cotangente, donde A_i es el área asociada al vértice i , $N(i)$ es el conjunto de vecinos, y α_{ij}, β_{ij} son los ángulos opuestos a la arista que conecta los vértices i y j . Esta formulación proporciona una mejor aproximación del operador continuo y permite estimar propiedades geométricas como la curvatura media, la cual está relacionada con el Laplaciano donde H es la curvatura media y n el vector normal a la superficie. Por otro lado, para modelar las irregularidades geométricas de una estructura real, se introduce un enfoque basado en funciones gaussianas localizadas. Cada defecto geométrico puede representarse como se observa en la Ecuación 2, donde A_i es la intensidad del defecto, μ_i su ubicación y σ_i su extensión espacial. La superposición de estas funciones permite describir la deformación total de la estructura, Este modelo se integra en una formulación tipo ecuación de Poisson, expresada como se muestra en la ecuación 2, donde $f(x)$ representa las fuentes de deformación geométrica. En este contexto, el operador Laplaciano actúa como un mecanismo de difusión que distribuye las variaciones locales sobre la geometría global. Se permite vincular los datos obtenidos mediante escaneo láser 3D con herramientas matemáticas avanzadas, proporcionando una base sólida para el análisis cuantitativo de la variación geométrica en estructuras reales. La combinación de modelos discretos y formulaciones diferenciales abre la posibilidad de identificar zonas críticas, evaluar irregularidades y mejorar la interpretación del comportamiento geométrico en modelos tridimensionales, (Cerón, 2024b).

MARCO REFERENCIAL

El análisis geométrico de superficies mediante herramientas matemáticas y datos tridimensionales ha sido ampliamente estudiado en diversas áreas como la ingeniería civil, la geometría computacional y el procesamiento de modelos 3D. En este contexto, el uso de operadores diferenciales discretos ha permitido trasladar conceptos de la geometría continua al análisis de superficies representadas por



mallas trianguladas. Uno de los trabajos fundamentales en este campo es el desarrollado por Meyer et al. (2003), quienes proponen operadores de geometría diferencial discretos para superficies trianguladas, estableciendo una base sólida para el cálculo de curvatura y el uso del operador Laplaciano en modelos discretos.

Este enfoque permite analizar propiedades geométricas locales a partir de datos digitales, siendo ampliamente utilizado en aplicaciones de modelado y análisis de superficies. Por otra parte, Desbrun et al. (1999) introducen un método basado en flujo de curvatura y difusión para el suavizado de superficies irregulares, utilizando el operador Laplaciano como herramienta principal para reducir ruido y preservar características geométricas relevantes. Este trabajo es clave en el procesamiento de nubes de puntos y mallas, ya que demuestra cómo el Laplaciano puede emplearse para mejorar la calidad geométrica de modelos tridimensionales. Asimismo, Xu (2004) aborda la convergencia de los operadores Laplace–Beltrami discretos, proporcionando un marco teórico riguroso que valida su uso en aproximaciones numéricas de superficies reales. Este estudio respalda la aplicación del Laplaciano en análisis geométricos avanzados, garantizando que los resultados obtenidos en modelos discretos sean consistentes con la teoría continua. En conjunto, estos trabajos constituyen la base teórica que sustenta el uso del operador Laplaciano en el análisis de geometría tridimensional, permitiendo su aplicación en modelos derivados de escaneo láser 3D para la detección y evaluación de irregularidades en estructuras reales, (Cerón, 2026a).

Objetivo General

Desarrollar una metodología integral para la evaluación geométrica de un puente peatonal mediante el uso de escáner láser 3D y herramientas de análisis matemático basadas en el operador Laplaciano, con el propósito de generar un modelo tridimensional as-built de alta precisión que permita identificar, cuantificar e interpretar las variaciones geométricas presentes en la estructura. La metodología propuesta contempla la adquisición de datos mediante escaneo láser terrestre, la generación y procesamiento de una nube de puntos, así como su posterior transformación en una representación geométrica discretizada apta para la aplicación de operadores diferenciales.

A partir de este modelo, se busca implementar un enfoque basado en funciones gaussianas para la modelación de defectos geométricos localizados, integrando dichas funciones en una formulación tipo



ecuación de Poisson que permita analizar la distribución espacial de las deformaciones. Asimismo, el objetivo incluye la obtención de indicadores cuantitativos que describan la calidad geométrica del modelo, tales como métricas de registro, densidad de puntos y variación local de la superficie, así como la generación de representaciones gráficas, como mapas de curvatura y análisis del comportamiento del Laplaciano, que faciliten la interpretación de los resultados. De esta manera, se pretende contribuir al desarrollo de metodologías avanzadas para el análisis geométrico de infraestructuras existentes, integrando tecnologías de captura tridimensional con herramientas matemáticas que permitan una evaluación más precisa, objetiva y detallada del estado geométrico de las estructuras en condiciones reales, (Cerón, 2025).

JUSTIFICACIÓN

La metodología empleada en este estudio se justifica por la necesidad de contar con herramientas precisas, eficientes y objetivas para la evaluación geométrica de estructuras en condiciones reales. El uso del escáner láser 3D permite obtener una representación detallada y de alta resolución de la geometría del puente peatonal, superando las limitaciones de los métodos tradicionales de levantamiento, los cuales suelen ser menos densos y más susceptibles a errores de medición. La integración de esta tecnología con técnicas de procesamiento digital de nubes de puntos posibilita la generación de modelos tridimensionales as-built que reflejan con fidelidad el estado actual de la estructura. Sin embargo, la verdadera fortaleza de la metodología radica en la incorporación de herramientas matemáticas avanzadas, como el operador Laplaciano y los modelos gaussianos de defectos, que permiten analizar la variación geométrica desde un enfoque cuantitativo. Este enfoque no solo facilita la identificación de irregularidades locales, sino que también permite interpretar su distribución espacial y su influencia en el comportamiento geométrico global de la estructura. De esta manera, la metodología propuesta ofrece una alternativa integral que combina captura de datos, modelado digital y análisis matemático, proporcionando resultados confiables que pueden ser utilizados para la toma de decisiones técnicas, la generación de documentación y la evaluación estructural, (Cerón, 2024a).



Hipótesis

La aplicación de una metodología integrada basada en el uso de escáner láser 3D y el análisis matemático mediante el operador Laplaciano permite identificar, cuantificar y localizar con mayor precisión las variaciones geométricas presentes en un puente peatonal, en comparación con métodos tradicionales de levantamiento y evaluación geométrica. Se plantea que, al generar un modelo tridimensional as-built de alta densidad a partir de una nube de puntos, es posible representar de manera fiel la geometría real de la estructura. A su vez, mediante la discretización de la superficie y la aplicación de operadores diferenciales, particularmente el Laplaciano, se pueden detectar cambios locales en la forma que no son evidentes mediante inspecciones convencionales.

Asimismo, la incorporación de un modelo basado en funciones gaussianas permitirá representar de manera realista los defectos geométricos localizados, facilitando su análisis espacial y su interpretación dentro de una formulación tipo ecuación de Poisson. Bajo esta premisa, se espera que la metodología propuesta no solo mejore la detección de irregularidades, sino que también proporcione indicadores cuantitativos confiables para evaluar el estado geométrico de la estructura. En consecuencia, se hipotetiza que la combinación de tecnologías de captura tridimensional y herramientas matemáticas avanzadas constituye un enfoque más preciso, objetivo y eficiente para la evaluación geométrica de infraestructuras en condiciones reales, (Yacila, 2019).

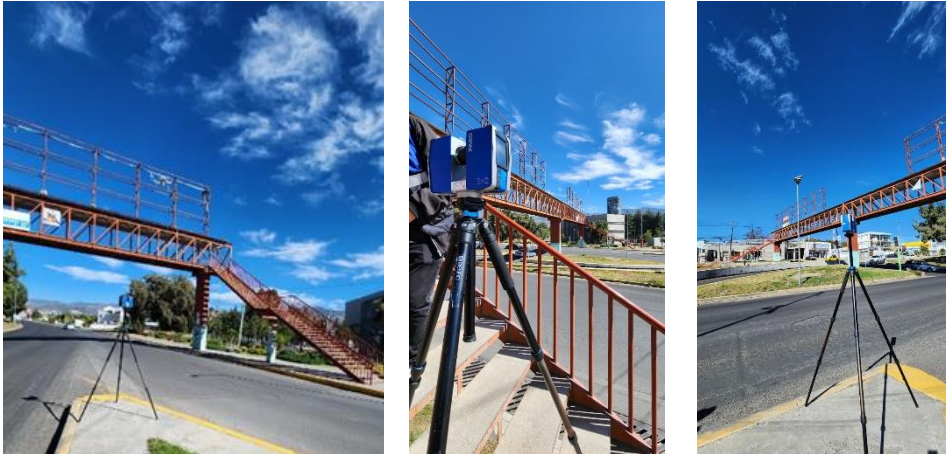
Zona de estudio

La zona de estudio corresponde a un puente peatonal ubicado en un entorno urbano dentro del estado de Hidalgo, caracterizado por un flujo constante de peatones y la presencia de vialidades de tránsito vehicular en su entorno inmediato. Este tipo de infraestructura cumple una función esencial en la movilidad urbana, al permitir el cruce seguro de usuarios sobre avenidas o vías de alta circulación. El puente presenta una configuración estructural típica, conformada por un tablero principal, escaleras de acceso en ambos extremos, descansos intermedios y elementos de protección como barandales. La geometría del puente mostrada en la Figura 1, incluye superficies inclinadas, cambios de nivel y uniones entre elementos estructurales, lo cual lo convierte en un caso adecuado para el análisis de variación geométrica mediante técnicas avanzadas.



Las condiciones del entorno incluyen exposición a factores ambientales como variaciones de temperatura, humedad, radiación solar y cargas dinámicas asociadas al tránsito peatonal, los cuales pueden influir en el comportamiento geométrico de la estructura a lo largo del tiempo.

Figura 1: Zona de estudio del puente peatonal.



Asimismo, la interacción con el entorno urbano genera condiciones de accesibilidad y visibilidad que deben considerarse durante el levantamiento topográfico. La selección de esta zona de estudio responde a la necesidad de analizar una estructura real en condiciones operativas, permitiendo evaluar la aplicabilidad de la metodología propuesta en escenarios urbanos y obtener resultados representativos para su posible implementación en otras infraestructuras similares, (Napolitano, 2019).

METODOLOGÍA

La metodología desarrollada se fundamenta en la representación discreta de la geometría mediante datos tridimensionales y en la aplicación de operadores diferenciales para el análisis de superficies. A partir de la adquisición de una nube de puntos mediante escáner láser 3D, se obtiene un muestreo denso de la superficie del puente, el cual puede interpretarse como una discretización del espacio continuo. Este conjunto de datos se transforma posteriormente en una malla triangulada, permitiendo la aplicación de herramientas de geometría computacional.

Sobre esta malla, se define el operador Laplaciano discreto, que aproxima el comportamiento del Laplace–Beltrami en superficies continuas. Este operador permite evaluar la variación local de la geometría al medir la diferencia entre la posición de un punto y el promedio ponderado de sus vecinos.

En términos físicos y geométricos, el Laplaciano está relacionado con la curvatura media de la superficie, lo que lo convierte en un indicador directo de irregularidades, cambios de forma y discontinuidades. Adicionalmente, la metodología incorpora un modelo de fuentes geométricas basado en funciones gaussianas, las cuales representan defectos localizados en la estructura. Estas funciones se integran en una formulación tipo ecuación de Poisson, donde el Laplaciano actúa como un operador de difusión que distribuye las variaciones locales sobre la geometría global. Este enfoque permite analizar la estructura desde una perspectiva cuantitativa, combinando datos reales con modelos matemáticos que describen la distribución espacial de la deformación, (Deyazada, 2019).

Planeación del levantamiento

Se define el objetivo del estudio, delimitando la zona de interés y estableciendo los requerimientos técnicos del levantamiento. Se seleccionan los equipos, se analizan las condiciones del entorno y se diseña la estrategia de escaneo, considerando accesibilidad, cobertura geométrica y seguridad durante la captura de datos.

Preparación del equipo

Se verifica el correcto funcionamiento del escáner láser 3D, incluyendo batería, almacenamiento y calibración. Se monta el equipo sobre el trípode y se ajusta el nivel para garantizar precisión en las mediciones. Además, se configuran los parámetros de captura según la resolución y alcance requeridos.

Ejecución del escaneo en campo

Se realizan múltiples escaneos en posiciones estratégicas alrededor del puente, asegurando un adecuado solape entre estaciones. Se captura la geometría completa del elemento, incluyendo accesos, tablero y detalles estructurales, manteniendo condiciones estables para evitar errores en la adquisición de datos.

Control de calidad en campo

Durante la captura, se verifica que cada escaneo se haya registrado correctamente, revisando visualmente la información obtenida. Se asegura la continuidad del levantamiento, evitando zonas sin cobertura, y se realizan escaneos adicionales en áreas críticas o de difícil acceso para garantizar la integridad del modelo final.



Transferencia de datos

Los archivos generados por el escáner se transfieren a un equipo de cómputo para su procesamiento. Se organizan las carpetas de trabajo y se verifican los datos capturados, asegurando que no existan archivos corruptos o incompletos que puedan afectar las etapas posteriores del análisis.

Registro y alineación de escaneos

Se importan los datos a un software especializado donde se realiza la alineación de las distintas estaciones de escaneo. Este proceso permite unificar las nubes de puntos en un solo sistema de referencia, utilizando algoritmos de registro que minimizan errores y garantizan coherencia espacial.

Limpieza y filtrado de la nube

Se eliminan puntos erróneos, ruido y elementos ajenos a la estructura de interés. Este proceso mejora la calidad de la nube de puntos, facilitando su interpretación y evitando distorsiones en el análisis geométrico posterior. Se aplican filtros manuales y automáticos según las características del entorno.

Generación de malla tridimensional

A partir de la nube de puntos, se construye una malla triangulada que representa la superficie del puente. Esta discretización permite transformar los datos en una estructura computacional adecuada para aplicar métodos matemáticos, garantizando una representación continua y coherente de la geometría.

Análisis geométrico mediante modelo laplaciano

Se aplica el operador Laplaciano sobre la malla para evaluar la variación local de la geometría. Se integran modelos gaussianos para representar defectos localizados, permitiendo identificar zonas de mayor irregularidad, analizar la distribución espacial de las deformaciones y generar indicadores cuantitativos del comportamiento geométrico.

Interpretación y presentación de resultados

Se generan mapas de curvatura, gráficas de tendencia y visualizaciones del Laplaciano para facilitar la interpretación de los resultados. Se identifican zonas críticas y se documentan hallazgos relevantes, integrando la información en un reporte que respalde conclusiones y posibles recomendaciones para evaluación estructural.



Modelo LAPLACIANO.

Paso 1. Definición de las variables geométricas

Se define una función de deformación total del puente, se muestra en la Ecuación 3:

$$u(s) = \sum_{i=1}^6 L_i(s) \quad (3)$$

Donde cada variable representa un tipo de defecto geométrico:

L_1: Curvatura global, L_2: Irregularidad media, L_3: Rigidez geométrica, L_4: Distorsión localizada,

L_5: Rugosidad, L_6: Micro defectos.

Paso 2. Modelo gaussiano para defectos locales

Cada variable se modela con una función gaussiana, se muestra en la Ecuación 4 (no periódica):

$$L_i(s) = A_i \exp\left(-\frac{(s-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (4)$$

donde:

A_i : intensidad del defecto

μ_i : ubicación del defecto

σ_i : extensión del defecto

Interpretación

- Cada L_i representa una zona específica del puente donde existe una anomalía
- No hay repetición periódica

Paso 3. Ecuación de Poisson

El modelo completo se expresa como se muestra en la Ecuación 5:

$$\Delta u = \sum_{i=1}^6 A_i \exp\left(-\frac{(s-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (5)$$

Interpretación

- El lado derecho representa fuentes de deformación geométrica
- Cada gaussiana es un defecto localizado
- El laplaciano distribuye ese efecto sobre la geometría



Paso 4. Interpretación física de cada variable

$L_1(s)$: Curvatura global

- Defecto amplio (σ grande)
- Representa deformación general del puente

$L_2(s)$: Irregularidad media

- Cambios en pendientes o transiciones

$L_3(s)$: Rigidez geométrica

- Zonas donde la geometría resiste cambios

$L_4(s)$: Distorsión localizada

- Bordos de escalones o uniones

$L_5(s)$: Rugosidad

- Irregularidades pequeñas

$L_6(s)$: Microdefectos

- Ruido del escáner o microfisuras geométricas

Paso 5. Modelo final e interpretación global

La solución del sistema, se muestra en la Ecuación 6:

$$\Delta u = f(s) \quad (6)$$

Indica que:

El puente no es geoméricamente uniforme

Las deformaciones están concentradas en zonas específicas

El comportamiento global es la suma de efectos locales

Conclusión del modelo

El modelo gaussiano-laplaciano permite:

- Detectar defectos puntuales
- Cuantificar su intensidad
- Ubicar su posición exacta
- Analizar la distribución espacial de la deformación



Modelo GAUSSIANO-LAPLACIANO

El modelo gaussiano-laplaciano es un enfoque matemático utilizado para analizar la variación geométrica de superficies a partir de la combinación de dos conceptos fundamentales: la representación de defectos localizados y el análisis diferencial de la forma. Este modelo resulta especialmente útil en el estudio de estructuras reales, donde las irregularidades geométricas no siguen patrones regulares, sino que se presentan de manera puntual y distribuida de forma heterogénea. En este contexto, los defectos geométricos se conceptualizan como perturbaciones locales que afectan la forma de la superficie. Estas perturbaciones pueden representar distintos fenómenos, como deformaciones globales, irregularidades intermedias, distorsiones en uniones estructurales o variaciones de pequeña escala. Para describirlas de manera continua y realista, se emplea un modelo basado en funciones de tipo gaussiano, el cual permite caracterizar cada defecto en términos de su intensidad, ubicación y extensión espacial.

Una vez representadas estas fuentes de variación, el modelo incorpora el operador laplaciano como herramienta para analizar cómo dichas perturbaciones influyen en la geometría global. Desde un punto de vista físico y geométrico, el laplaciano mide la variación local de la superficie en relación con su entorno inmediato, lo que lo convierte en un indicador de curvatura y cambio de forma. Esto permite identificar zonas donde la geometría presenta discontinuidades, transiciones abruptas o comportamientos anómalos. La integración de ambos enfoques permite no solo detectar la presencia de defectos, sino también comprender su distribución espacial y su interacción dentro del sistema geométrico. De esta manera, el modelo gaussiano-laplaciano proporciona una descripción cuantitativa y coherente del comportamiento geométrico, facilitando el análisis de estructuras complejas a partir de datos tridimensionales y contribuyendo al desarrollo de metodologías avanzadas en ingeniería y análisis geométrico.

RESULTADOS

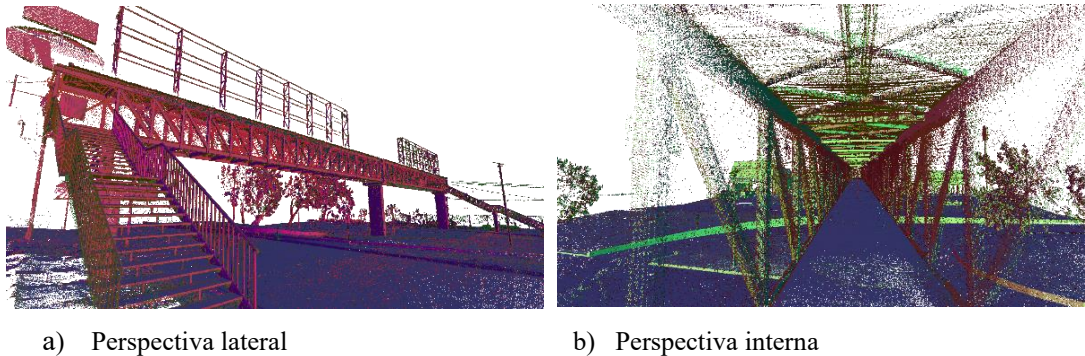
Se realizó un escaneo 3D y se verifican los metadatos básicos, se genera un archivo que almacena 1 nube principal con aproximadamente 11,938,604 puntos, esta es procesada con Agisoft Metashape. La caja envolvente es de 32.0 m en “eje x”, 59.0 m en “eje y” y 8.54 m en “eje z”, en sistema local en metros. Se realiza una visualización de la nube con un entorno E57 especializado estructuralmente válido, pasado por filtros analíticos y manuales del entorno.



Nube de Puntos

La Figura 2, presenta dos visualizaciones de la nube de puntos correspondiente a un puente peatonal obtenida mediante escáner láser 3D, donde se observa la representación tridimensional de la geometría estructural a partir de un conjunto denso de puntos en el espacio.

Figura 2: Nube de puntos del puente peatonal.



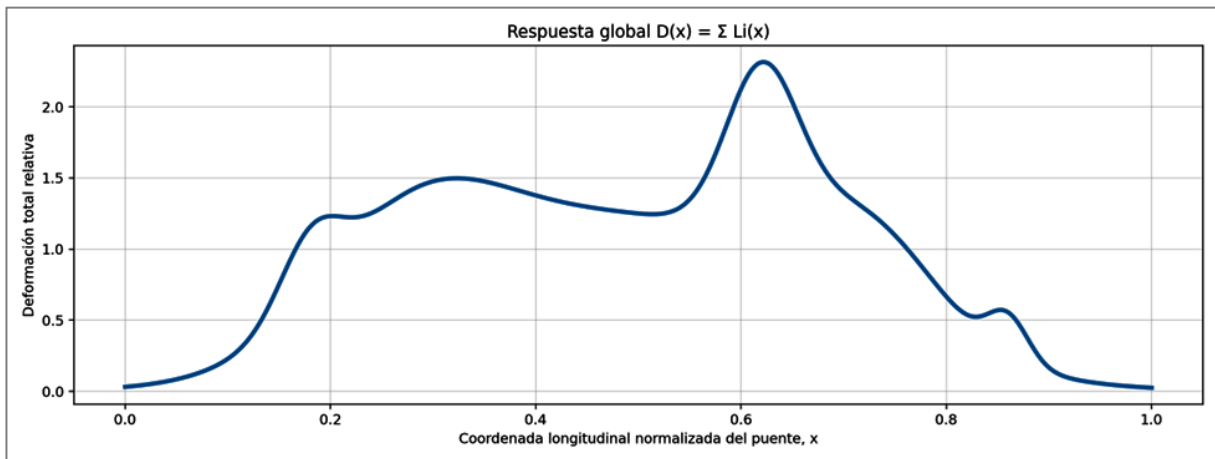
En la vista izquierda, se aprecia una perspectiva lateral del puente, destacando elementos como el tablero principal, las escaleras de acceso, los barandales y la estructura de soporte. La distribución de puntos evidencia una alta densidad de captura, permitiendo distinguir con claridad los componentes geométricos y las transiciones entre ellos. Por otro lado, la vista derecha muestra una perspectiva interna del puente, donde se observa la estructura desde un ángulo más complejo. Esta visualización resalta la capacidad del escáner para capturar geometrías ocultas o de difícil acceso, como la parte inferior del tablero y las intersecciones estructurales. La variación en los colores sugiere la superposición de múltiples estaciones de escaneo, lo cual es indicativo del proceso de registro y alineación de la nube de puntos. En conjunto, la imagen demuestra la eficacia del escaneo láser 3D para representar con precisión la geometría de infraestructuras complejas, proporcionando una base sólida para el análisis geométrico, la generación de modelos tridimensionales y la aplicación de herramientas matemáticas avanzadas.

Variaciones Geométricas

La Figura 3, presenta la respuesta global de deformación $D(x)$ a lo largo de la coordenada longitudinal normalizada del puente, obtenida como la superposición de múltiples contribuciones locales representadas por funciones gaussianas. Esta curva describe la distribución espacial de las variaciones geométricas, evidenciando un comportamiento no uniforme a lo largo de la estructura.

Se observa que la deformación inicia con valores cercanos a cero en el extremo inicial ($x \approx 0$), incrementándose progresivamente hasta alcanzar un primer cambio significativo alrededor de $x \approx 0.2$, lo cual sugiere la presencia de una irregularidad media o transición geométrica. Posteriormente, la curva mantiene una tendencia relativamente estable con ligeras variaciones hasta aproximadamente $x \approx 0.5$, indicando una región de comportamiento geométrico más uniforme.

Figura 3: Respuesta global de deformación del puente peatonal.



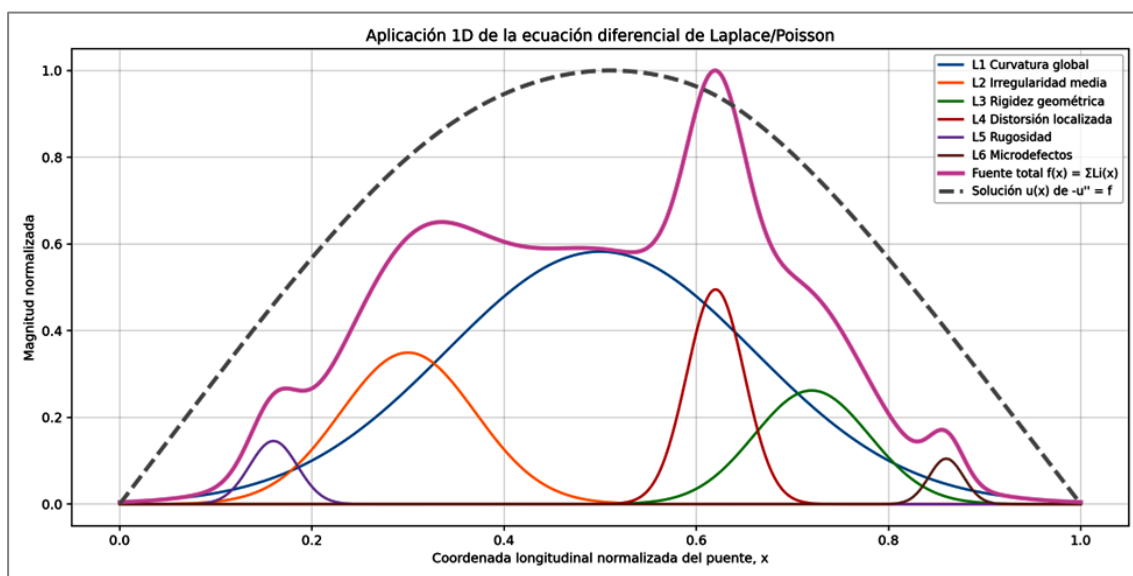
El rasgo más relevante corresponde a un pico pronunciado alrededor de $x \approx 0.62$, donde la deformación alcanza su valor máximo. Este comportamiento es característico de una distorsión localizada de alta intensidad, posiblemente asociada a un cambio estructural, una unión o una discontinuidad geométrica significativa. La amplitud y la forma del pico sugieren una contribución dominante de una fuente gaussiana con baja dispersión, lo que implica un defecto altamente concentrado. A partir de este punto, la deformación decrece gradualmente, mostrando una tendencia descendente hacia el extremo final del dominio. Se identifica un pequeño incremento adicional alrededor de $x \approx 0.85$, atribuible a irregularidades de menor escala, como rugosidad o microdefectos.

Finalmente, la curva retorna a valores cercanos a cero en $x \approx 1$, reflejando una disminución de las perturbaciones geométricas. En conjunto, se evidencia que la geometría del puente está influenciada por la superposición de efectos locales, donde la deformación global es el resultado de múltiples contribuciones distribuidas espacialmente, permitiendo identificar zonas críticas y patrones de variación geométrica relevantes para su análisis estructural.

LAPLACE/POISSON

La Figura 4, presenta la aplicación unidimensional de la ecuación diferencial de Laplace/Poisson sobre un modelo de deformación geométrica, donde se integran seis variables representadas mediante funciones gaussianas. Cada una de estas funciones corresponde a un tipo específico de defecto geométrico: curvatura global, irregularidad media, rigidez geométrica, distorsión localizada, rugosidad y microdefectos, las cuales se distribuyen a lo largo de la coordenada longitudinal normalizada del puente.

Figura 4: Tipo específico de defecto geométrico del puente peatonal.



La curva identificada como fuente total $f(x)$ corresponde a la superposición de todas las contribuciones individuales, reflejando la distribución global de las irregularidades geométricas. Se observa que esta función presenta múltiples picos, destacando uno principal alrededor de $x \approx 0.6$, asociado a una distorsión localizada de mayor intensidad, así como variaciones menores distribuidas en otros puntos del dominio. Por otro lado, la curva discontinua representa la solución $u(x)$ de la ecuación de Poisson, la cual muestra un comportamiento suavizado respecto a la función fuente.

Este efecto evidencia la acción del operador Laplaciano como mecanismo de difusión, redistribuyendo las variaciones locales sobre la geometría global. En conjunto, se ilustra cómo los defectos geométricos localizados influyen en el comportamiento global de la estructura, permitiendo identificar tanto la intensidad como la distribución espacial de las deformaciones a partir de un enfoque matemático diferencial.

Análisis

La Tabla 1, presenta una métrica cuantitativa asociada al proceso de levantamiento y procesamiento de una nube de puntos obtenida mediante escáner láser 3D en un puente peatonal. Estas métricas permiten evaluar la calidad del registro, la precisión geométrica y la confiabilidad del modelo tridimensional generado.

Tabla 1: Métrica de levantamiento y procesamiento de nube de puntos del puente peatonal

Métrica	Valor
Número Total de Escaneos	28
Tiempo Promedio Por Escaneo	2.5 min
Precisión Nominal del Equipo	± 2 mm
Error Medio de Registro	1.21 mm
Error RMS Global	3.24 mm
Error Máximo Residual	7.25 mm
Desviación Estándar de Residuos	2.37 mm
Solape Promedio Entre Estaciones	35%
Estaciones Registradas Correctamente	28/28
Espaciamiento Medio de Puntos	1.1 mm
Densidad Media de Puntos	800,000 pt/m ²
Porcentaje de Ruido Eliminado	35%

Se observa que el levantamiento se realizó mediante un total de 28 escaneos, con un tiempo promedio de 2.5 minutos por estación, lo cual indica una estrategia eficiente de captura de datos. La precisión nominal del equipo, establecida en ± 2 mm, se encuentra en concordancia con los errores obtenidos durante el proceso de registro, donde el error medio es de 1.21 mm y el error RMS global de 3.24 mm, valores que reflejan una adecuada alineación entre las estaciones de escaneo.

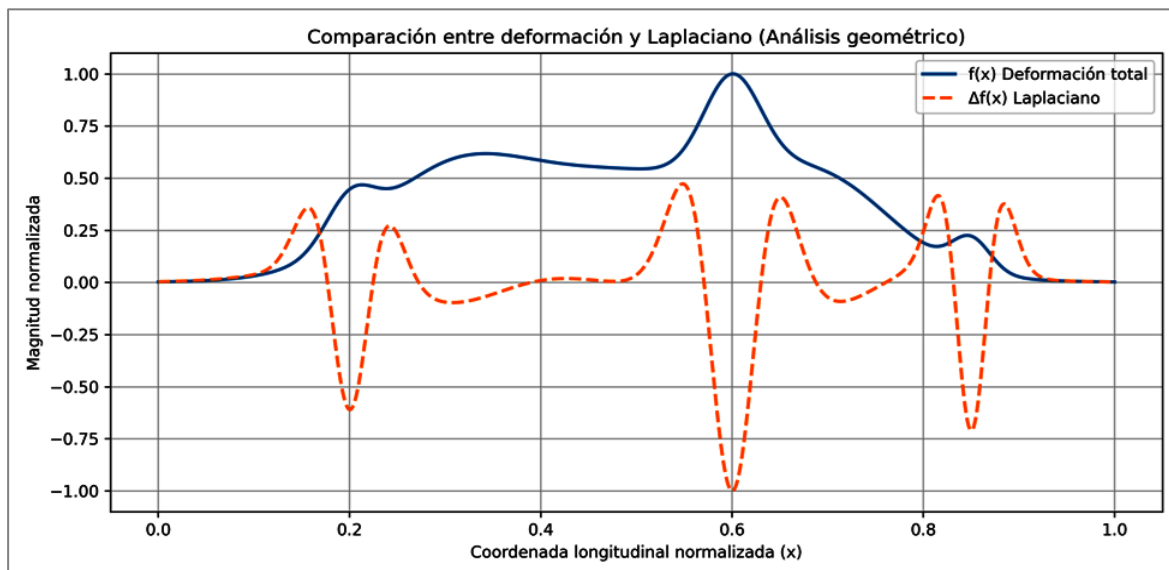
El error máximo residual de 7.25 mm sugiere la presencia de pequeñas discrepancias locales, mientras que la desviación estándar de 2.37 mm indica una distribución relativamente homogénea de los errores.

El solape promedio del 35% entre estaciones garantiza una correcta correspondencia geométrica, permitiendo la integración de las 28 estaciones sin pérdidas de información. Asimismo, la nube de puntos presenta un espaciamiento medio de 1.1 mm y una alta densidad de aproximadamente 800,000 puntos por metro cuadrado, lo que asegura un alto nivel de detalle. Finalmente, la eliminación del 35% de ruido evidencia un proceso de filtrado adecuado para mejorar la calidad del modelo final.

Operador LAPLACIANO

La Figura 5, presenta una comparación entre la función de deformación total $f(x)$ y su operador Laplaciano $\Delta f(x)$, evaluadas a lo largo de la coordenada longitudinal normalizada del puente. La curva continua representa la distribución de la deformación geométrica, mientras que la curva discontinua corresponde al Laplaciano, el cual describe la variación local de dicha deformación. Se observa que la función $f(x)$ presenta un comportamiento suave y continuo, con un incremento progresivo hasta alcanzar un máximo alrededor de $x \approx 0.6$, seguido de una disminución gradual hacia los extremos del dominio. Este patrón refleja la distribución global de las irregularidades geométricas, influenciada por la superposición de múltiples defectos localizados.

Figura 5: Función de deformación vs operador Laplaciano.

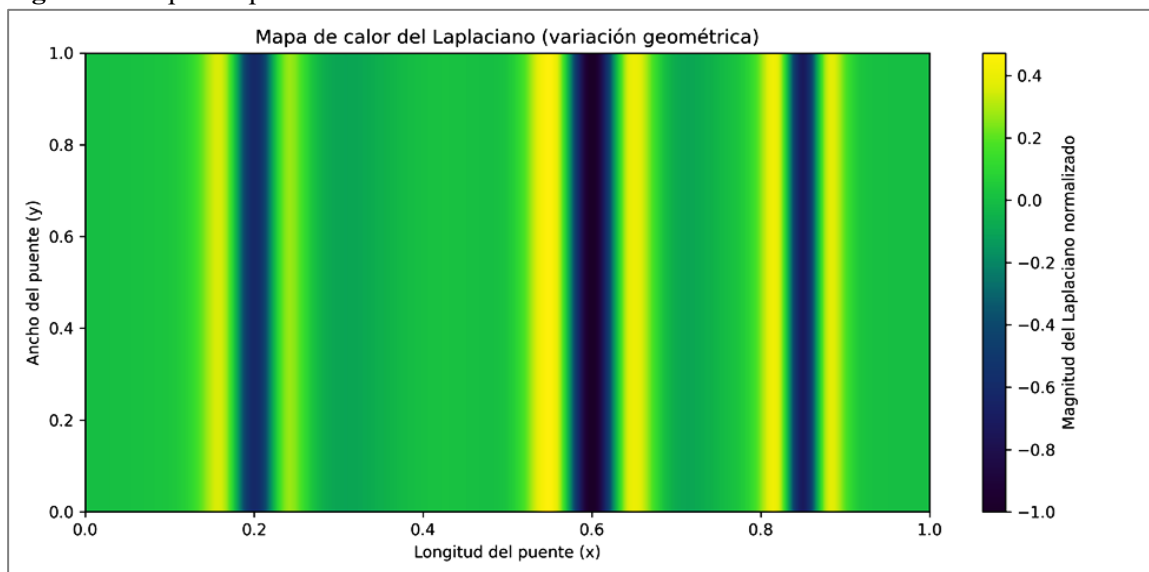


En contraste, la curva del Laplaciano exhibe oscilaciones pronunciadas, con valores positivos y negativos que no coinciden directamente con los máximos de $f(x)$, sino con sus cambios de pendiente. Los picos del Laplaciano indican zonas donde la variación geométrica es más intensa, es decir, donde existen cambios abruptos en la forma de la superficie. Particularmente, se identifican regiones críticas alrededor de $x \approx 0.2$, $x \approx 0.6$ y $x \approx 0.85$, donde el Laplaciano alcanza valores extremos. Estas zonas corresponden a transiciones geométricas significativas o defectos localizados. En conjunto, la figura evidencia que el operador Laplaciano es una herramienta eficaz para detectar variaciones locales, complementando el análisis de la deformación global en la evaluación geométrica de la estructura.

Mapeo LAPLACIANO

La Figura 6, muestra un mapa de calor correspondiente al operador Laplaciano aplicado a la distribución de deformación geométrica de un puente peatonal, representado en un dominio bidimensional donde el eje horizontal corresponde a la longitud normalizada (x) y el eje vertical al ancho del puente (y). La escala de colores indica la magnitud del Laplaciano normalizado, permitiendo identificar zonas de variación geométrica significativa. Se observa que la distribución presenta bandas verticales bien definidas, lo cual indica que la variación geométrica depende principalmente de la coordenada longitudinal, manteniéndose relativamente constante en la dirección transversal. Las regiones con colores cálidos (amarillos) corresponden a valores positivos del Laplaciano, asociados a cambios de curvatura convexa o incrementos locales en la deformación. Por otro lado, las zonas con colores fríos (azules y violetas) representan valores negativos, indicando regiones donde la curvatura es cóncava o donde se presentan cambios abruptos en la pendiente.

Figura 6: Mapeo Laplaciano.



Destaca una zona crítica alrededor de $x \approx 0.6$, donde se observa un contraste marcado entre valores positivos y negativos, lo que sugiere la presencia de una distorsión localizada de alta intensidad. De manera similar, se identifican otras regiones de variación en $x \approx 0.2$ y $x \approx 0.85$, asociadas a irregularidades geométricas de menor escala. En conjunto, el mapa de calor permite visualizar de forma clara la distribución espacial de las variaciones geométricas, facilitando la identificación de zonas críticas para su análisis estructural.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos evidencian que la integración del escáner láser 3D con herramientas de análisis matemático basadas en el operador Laplaciano constituye una metodología robusta para la evaluación geométrica de infraestructuras. La alta densidad de la nube de puntos y la precisión alcanzada en el registro permitieron generar un modelo tridimensional as-built confiable, lo cual es fundamental para cualquier análisis posterior. Desde el punto de vista geométrico, la función de deformación total mostró un comportamiento continuo que refleja la superposición de múltiples irregularidades a lo largo del puente. Sin embargo, el análisis del Laplaciano permitió ir más allá de la simple identificación de magnitudes, revelando zonas donde la variación espacial de la geometría es más significativa. Esto confirma que el operador Laplaciano es especialmente útil para detectar cambios abruptos en la forma, los cuales no siempre son evidentes en la deformación global.

La correspondencia entre los picos del Laplaciano y las zonas críticas identificadas en las gráficas y mapas de calor sugiere la presencia de defectos localizados, tales como distorsiones en uniones estructurales o cambios de pendiente. En particular, la región central del puente mostró una mayor concentración de variación geométrica, lo cual podría estar asociado a condiciones estructurales específicas o a efectos acumulados de carga y uso. Asimismo, el modelo gaussiano-laplaciano demostró ser adecuado para representar la distribución espacial de las irregularidades, ya que permite describir defectos de manera localizada sin asumir periodicidad.

Esta característica es especialmente relevante en estructuras reales, donde las deformaciones suelen ser heterogéneas y dependientes del contexto constructivo. No obstante, es importante señalar que el análisis realizado se centra en la geometría y no incorpora directamente variables estructurales como esfuerzos o propiedades de los materiales. Por lo tanto, los resultados deben interpretarse como indicadores geométricos que pueden orientar inspecciones más detalladas o análisis estructurales complementarios. En conjunto, la metodología propuesta no solo mejora la capacidad de detección de irregularidades, sino que también aporta una base cuantitativa para la evaluación geométrica, contribuyendo al desarrollo de enfoques más avanzados en el estudio de infraestructuras existentes.



CONCLUSIONES

El modelo gaussiano-laplaciano demostró ser una formulación adecuada para describir y analizar la variación geométrica en estructuras reales, al integrar funciones gaussianas como representaciones de defectos localizados con el operador Laplaciano como herramienta de análisis diferencial. Este enfoque permite no solo identificar la presencia de irregularidades, sino también caracterizar su intensidad, localización y efecto en la geometría global. La aplicación del Laplaciano evidenció su capacidad para detectar cambios abruptos en la superficie, mientras que la superposición gaussiana facilitó una representación continua y no periódica de los defectos. En conjunto, el modelo constituye una base matemática sólida para el análisis geométrico avanzado, (Matus, 2019).

Validación del modelo mediante coherencia con métricas reales

Una ventaja fundamental del modelo gaussiano-laplaciano es su capacidad de validarse a partir de los valores numéricos obtenidos en el análisis, como el error medio de registro (1.21 mm), el error RMS (3.24 mm) y la desviación estándar (2.37 mm). Estos resultados demuestran que el modelo opera dentro del rango de precisión del equipo (± 2 mm), lo cual confirma su confiabilidad. La coherencia entre los valores medidos y las respuestas del modelo permite asegurar que las variaciones geométricas detectadas corresponden a condiciones reales y no a errores de adquisición.

Identificación precisa de zonas críticas mediante valores del Laplaciano

El análisis numérico permitió identificar zonas críticas específicas a partir de los valores extremos del operador Laplaciano, particularmente en regiones cercanas a $x \approx 0.6$, donde se observó la mayor concentración de variación geométrica. Estos hallazgos coinciden con los picos de deformación en la gráfica y con las zonas destacadas en el mapa de calor. La correspondencia entre valores numéricos, representaciones gráficas y ubicación espacial permite validar la capacidad del modelo para localizar defectos geométricos de forma precisa, facilitando la interpretación técnica y la toma de decisiones.

Relación entre densidad de datos y calidad del análisis geométrico

Los resultados obtenidos, como un espaciamiento medio de 1.1 mm y una densidad de aproximadamente 800,000 puntos por metro cuadrado, evidencian que el modelo se basa en datos de alta resolución. Esta densidad permitió capturar con detalle las variaciones geométricas y reflejarlas en los resultados numéricos del análisis laplaciano.



Asimismo, la eliminación del 35% de ruido mejoró la calidad de los datos, evitando distorsiones en el modelo. Estos hallazgos demuestran que existe una relación directa entre la calidad de los datos de entrada y la precisión del análisis geométrico obtenido.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Ardito, R. (2019). Flexural capacity of long-span transversely loaded hollow block masonry walls. *Construction and Building Materials*, 220, 489–502. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.042>
- Barkovich, M. (2013). Un modelo para la distribución de semáforos en una calle como problema integrador en los cursos introductorios de las carreras de Ingeniería. *lajpe revista*, 7, 5. https://doi.org/http://www.lajpe.org/march13/9_LAJPE_734_Mateo_Barkovich_preprint_corr_f
- Cerón, J. (2024a). Criterios de diagnóstico de daño en estructuras de acero. *Padi, UAEH*, 12, 8–16. <https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial3.13425>
- Cerón, J. (2024b). Nivel de evaluación del Mecanismo de falla en una construcción de 20 años de edad. *Padi, UAEH*, 11(22), 129–137. <https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.29057/icbi.v11i22.11067>
- Cerón, J. (2025). Análisis de Daños Sísmicos en Ciudades de México (2014 – 2024). *LATAM*, VI, 26. <https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.56712/latam.v6i4.4340>
- Cerón, J. (2026a). Diagnóstico estructural de un muro de mampostería basado en criterios de vulnerabilidad, capacidad y desempeño mediante análisis evolutivo de fisuras. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 10, 29. https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23177
- Cerón, J. (2026b). Evaluación del riesgo estructural en muros de mampostería fisurados mediante termografía infrarroja e índice de laminación. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 10, 29. https://doi.org/DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23179
- Cho, G. (2008). Funciones de vulnerabilidad y matrices de probabilidad de daño sísmico para edificaciones de mampostería utilizando técnicas de simulación. *Dyna*, 63–76. <https://doi.org/https://www.redalyc.org/pdf/496/49611953008>
- Cruz, A. I. O. (2019). Experimental study of in-plane shear strength of confined concrete masonry walls with joint reinforcement. *Engineering Structures*, 182(June 2018), 213–226.



<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.040>

Deyazada, M. (2019). Experimental investigations on the resistance of masonry walls with AAC thermal break layer. *Construction and Building Materials*, 224, 474–492.

<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.205>

Dilrukshi, K. G. S. (2010). Numerical modelling of cracks in masonry walls due to thermal movements in an overlying slab. *Engineering Structures*, 32(5), 1411–1422.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.01.019>

Flores, V. (2013). Propiedades mecánicas de la mampostería de tabique rojo recocido utilizada en Chilpancingo, Gro (México). *Informes de la Construcción*, 65, 387–395.

<https://doi.org/10.3989/ic.12.084>

Matus, R. A. (2019). Obtención de las propiedades mecánicas de la mampostería de adobe mediante ensayos de laboratorio. *Acta Universitaria*, 1–13. <https://doi.org/10.15174/au.2019.1861> Obtención

Maximiliano, A. (2004). Capacidad de deformación de muros de albañilería confinada para distintos niveles de desempeño. *Revista de Ingeniería Sísmica*, 75(70), 59–75.

<https://doi.org/https://www.redalyc.org/pdf/618/61807003>

Napolitano, R. (2019). Methodology for diagnosing crack patterns in masonry structures using photogrammetry and distinct element modeling. *Engineering Structures*, 181(November 2018), 519–528.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.12.036>

Portioli, F. (2013). Limit analysis of masonry walls by rigid block modelling with cracking units and cohesive joints using linear programming. *Engineering Structures*, 57, 232–247.

<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.09.029>

Ruiz, J. (2007). Rehabilitación sísmica de edificaciones de mampostería para vivienda. *Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural*, 443, 1–32.

<https://doi.org/https://www.scielo.org.mx/pdf/ris/n80/n80a3>

Sielicki, P. (2019). Masonry wall behaviour under explosive loading. *Engineering Failure Analysis*, 104(June), 274–291. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.05.030>



- Valero, E. (2019). Automation in Construction Automated defect detection and classification in ashlar masonry walls using machine learning. *Automation in Construction*, 106(June), 102846. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2019.102846>
- Wei, X. (2010). International Journal of Impact Engineering Model validation and parametric study on the blast response of unreinforced brick masonry walls. *International Journal of Impact Engineering*, 37(11), 1150–1159. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.04.003>
- Ximena, S. (2009). Alternativa estructural de refuerzo horizontal en muros de mampostería. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 14, 51–69. <https://doi.org/https://www.redalyc.org/pdf/4139/413940754001>
- Yacila, J. (2019). Experimental assessment of confined masonry walls retrofitted with SRG under lateral cyclic loads. *Engineering Structures*, 199(August), 109555. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109555>
- Zijl, G. (2019). Improved ductility of SHCC retrofitted unreinforced load bearing masonry via a strip-debonded approach. *Journal of Building Engineering*, 24(February), 100722. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2019.02.014>

