

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.
ISSN 2707-2207 / ISSN 2707-2215 (en línea), septiembre-octubre 2026,
Volumen 10, Número 5.

https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i5

REVISIÓN SISTEMÁTICA DE TESIS DOCTORALES SOBRE TRIGONOMETRÍA ESCOLAR EN EL PERIODO ENTRE 1997 Y 2025

**SYSTEMATIC REVIEW OF DOCTORAL DISSERTATIONS
ON SCHOOL TRIGONOMETRY FROM 1997 TO 2025**

Ruben Felipe Morales Camargo

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i5.26286

Revisión Sistemática de Tesis Doctorales sobre Trigonometría Escolar en el Periodo entre 1997 y 2025

Ruben Felipe Morales Camargo¹rfelipe.moralesc@gmail.com<https://orcid.org/0000-0002-7668-1696>

Doctorado Interinstitucional en Educación

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Colombia

RESUMEN

El presente estado del arte es un elemento de discusión dentro de una investigación doctoral que aborda la Experiencia Discursiva en Matemáticas (EDM) de un grupo de estudiantes de educación media (grado décimo), en la ciudad de Bogotá-Colombia. Tiene por objetivo presentar algunos resultados de la revisión sistemática de literatura y constitución de estado del arte respecto al abordaje de la trigonometría escolar en tesis doctorales. Se realiza desde el interés del investigador por delimitar metodológica y didácticamente, elementos que entran en relación con la enseñanza de la trigonometría escolar en el grado indicado y que pueden aportar en la constitución de la idea de Experiencia Discursiva. La constitución del corpus documental se realiza mediante la búsqueda en repositorios y gestores bibliográficos online, usando como categorías enseñanza y aprendizaje de la trigonometría y el uso de representaciones y sus transformaciones. Para favorecer la revisión de concordancias, iteraciones, elementos relacionales y tensiones, se realizan agrupaciones de acuerdo con el asunto problematizado, esto con el fin de reconocer algunos de los objetos de estudio y problemas de orden semiótico, epistemológico y práctico, propios del campo.

Palabras clave: análisis matemático; enseñanza; aprendizaje; trigonometría escolar; estado del arte

¹ Autor principal

Correspondencia: rfelipe.moralesc@gmail.com

Systematic Review of Doctoral Dissertations on School Trigonometry from 1997 to 2025

ABSTRACT

This state-of-the-art review is part of a doctoral research project that examines the Discursive Experience in Mathematics (DEM) of a group of high school students (10th grade) in Bogotá, Colombia. Its objective is to present some results from the systematic literature review and the establishment of the state of the art about the approach to high school trigonometry in doctoral dissertations. This is based on the researcher's interest in methodologically and didactically defining elements related to the teaching of high school trigonometry at the indicated grade level, which can contribute to the development of the concept of Discursive Experience. The corpus of documents was compiled through searches in online repositories and bibliographic databases, using the categories of teaching and learning of trigonometry and the use of representations and their transformations. To facilitate the examination of correspondences, iterations, relational elements, and tensions, groupings are made according to the issue under consideration, with the aim of identifying some of the objects of study and problems of a semiotic, epistemological, and practical nature that are specific to the field.

Keywords: mathematical analysis; teaching and learning; high school trigonometry

Artículo recibido 20 agosto 2026

Aceptado para publicación: 20 setiembre 2026



INTRODUCCIÓN

El presente estado del arte es un elemento de discusión dentro de una investigación doctoral que aborda la Experiencia Discursiva en Matemáticas (EDM), entendida preliminarmente como un conjunto de prácticas discursivas propias de la esfera de comunicación del aula de matemáticas y condicionada a aspectos de orden epistémico, didáctico y semiótico de objetos matemáticos específicos. Dado que la investigación se desarrolla con un grupo de estudiantes de educación media (grado décimo), en la ciudad de Bogotá-Colombia, el abordaje presentado en este artículo se realiza desde el interés del investigador por delimitar metodológica y didácticamente elementos que entran en relación con la educación matemática y la enseñanza de la trigonometría escolar.

Aunque se hace una presentación cronológica de los trabajos consultados, el lector encontrará agrupaciones de acuerdo con lo presentado por los diferentes autores. Estas agrupaciones se realizan con el fin de reconocer los objetos de estudio y problemas de orden semiótico, epistemológico y práctico propios del campo. También, para establecer concordancias, iteraciones, elementos relacionales y tensiones entre los distintos trabajos. Finalmente se cierra el artículo indicando los hallazgos, oportunidades e ideas para tener en cuenta en el desarrollo de la investigación doctoral en curso.

Se hace necesario señalar la existencia de un trabajo previo elaborado por Vitola (2023), donde se problematizan los hallazgos en 16 de los trabajos que acá se relacionan. Sin embargo, el presente artículo, se distancia de lo planteado por Vitola (2023), en tanto busca lograr una sensibilidad que permita reconocer aspectos científicos, técnicos, humanísticos, históricos, geográficos y estéticos, referidos por los autores, que puedan estar relacionados con la experiencia discursiva en matemáticas.

METODOLOGÍA

Entendiendo la constitución del estado del arte como parte clave de un proceso investigativo y asumiendo su elaboración como un abordaje de carácter documental de fuentes de primera y segunda mano (Eco, 1992), se busca hacer una revisión sistemática de bibliografía disponible en repositorios, bases de datos y fuentes documentales, intentando trascender la simple acumulación de información para alcanzar una comprensión crítica del campo de estudio “enseñanza-aprendizaje de la trigonometría”. En consonancia con lo anterior, el desarrollo tiene en cuenta:



1. **Búsqueda en Repositorios:** La búsqueda se realiza en repositorios, tales como ResearchGate, Repositorio Institucional Universidad Distrital – RIUD, Red de Repositorios Latinoamericanos, Google Scholar, Funes, DIALNET; también en plataformas con implementación de IA como Researchers Rabbit y Consensus; así como en revistas tales como: Journal for Research in Mathematics Education, BOLEMA, Paradigma, Cuadrante, Revemat y Relime y en material bibliográfico disponible en la Red de Bibliotecas Públicas de Bogotá y la Biblioteca de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
2. **Delimitación temporal y términos de búsqueda:** La búsqueda se delimita temporalmente fijando el periodo entre 1997 y 2025, usando los términos, “trigonometría”, “funciones trigonométricas”, “educación matemática”; optando también por términos de búsqueda que refieran a relaciones epistemológicas y didácticas propias del campo. La cadena de búsqueda Booleana que arroja mejores resultados es: (“trigonometry” OR “trigonometry functions”) AND (“teaching” OR “Mathematics education”) AND (“middle education”). Los criterios de inclusión corresponden a: “trabajos de maestría o doctorado” y “abordaje de la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría en contextos escolares a nivel de media o universitario inicial”.
3. **Trabajos previos:** Para el establecimiento de la discusión general de los datos emergentes de la revisión sistemática, se parte de lo postulado por Fiallo (2010) y Aroca (2022), quienes señalan la escasa referenciación que los documentos oficiales en Colombia hacen de la trigonometría y de la poca concreción en las políticas nacionales e internacionales respecto al enfoque metodológico propuesto para su enseñanza.
4. **Elaboración de matriz:** Se realiza la revisión de los documentos disponibles, centrando la atención en aquellos cuyos resúmenes se encuentran en relación con las categorías de búsqueda. Se elabora una matriz de registro documental con los siguientes campos: País; Universidad; Autor; Título; Tipo de documento; Tema asociado; Año; Citación APA; Objetivo; Aspectos problemáticos; Preguntas abordadas; Marco teórico de interés; Diseño metodológico; Recopilación y análisis de datos; Resultados y conclusiones.



5. **Segunda selección de documentos:** Teniendo en cuenta que el tipo de documento de interés son tesis doctorales, se realiza la lectura considerando la relación “enseñanza aprendizaje de la trigonometría” y se establece el conjunto de documentos que serán revisados.
6. **Lectura lineal:** Se procede con una lectura lineal, extrayendo de los textos párrafos o frases vinculados a las categorías de análisis previamente definidas. La lectura lineal implica el seguimiento del trabajo de acuerdo con lo presentado por el autor. Aquí no se realizan inferencias ni se establecen elementos de reflexión o crítica. Se complementa lo desarrollado en el numeral 4.
7. **Lectura horizontal y vertical:** Se realiza lectura horizontal y vertical de lo extraído, para comparar los textos entre sí, identificando similitudes, diferencias, tendencias, y posibles preguntas de investigación. Aquí se tiene en cuenta el lugar de origen del trabajo doctoral, la metodología, el abordaje teórico, la población con la que fue desarrollado y el tipo de mediaciones que se usa.
8. **Informe:** Finalmente, se redacta el informe que incluye la memoria metodológica y el balance documental.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Aunque los inicios de la educación matemática en Colombia podrían situarse en el periodo de la colonia (Gómez Mulett, 2018) — con la introducción de la Cátedra de Matemáticas de Mutis en 1762, con los procesos constitutivos de la república en 1819, con la promulgación de la Ley de Educación de Santander en 1826 y la creación de facultades de ingeniería y matemáticas —, considerar la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría, como asuntos relevantes en los planes de estudio de educación media en Colombia se ubica en la década de los cincuenta del siglo XX.

González & Mendoza (2019) sitúan en el año de 1951, la introducción de la trigonometría como asignatura obligatoria en los planes de estudio del bachillerato colombiano. Estos autores identifican una enseñanza centrada en algoritmos, fórmulas y teoremas, fundamentada en textos como “Álgebra y Trigonometría” (Bruño, 1953) y posteriores apuestas editoriales emergentes de la promulgación de Lineamientos Curriculares para Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias en: lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas (MEN, 2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015).



Al respecto Albadan (2016), reconoce en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) posturas vinculadas al aprendizaje de la trigonometría que enfatizan en la necesidad de desarrollar el pensamiento espacial desde el abordaje de los sistemas geométricos. Dicho desarrollo involucra diversos procesos cognitivos con los que se busca que los estudiantes construyan y manipulen tanto las representaciones mentales de los objetos espaciales como sus relaciones, transformaciones y expresiones materiales.

Una hipótesis que emerge al reconocer las discusiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría en Colombia es que existen trabajos que abordan su enseñanza y problematizan el aprendizaje de sus objetos de estudio.

Se destaca que al situar la sintaxis de búsqueda booleana referida en la sección 2 de la metodología e incluir el término “Colombia”, los resultados son nulos.

No obstante, al desarrollar la búsqueda en repositorios universitarios, explorando específicamente trabajos a nivel doctoral, se encuentran 2 resultados: Aroca (2022) y Fiallo (2010).

Al constatar la información presentada por estos autores se identifica la mención de las directrices dadas por el MEN (1998 y 2006), y al tiempo se reconoce en sus afirmaciones la escasa producción a nivel nacional e internacional de estudios respecto a la enseñanza de la trigonometría o que cuestionen el abordaje de esta rama de las matemáticas en el contexto escolar. Al respecto Fiallo (2010) señala:

A nivel general, la trigonometría se sigue enseñando únicamente en el grado décimo de bachillerato (14 – 16 años), junto a la geometría analítica, de acuerdo con las propuestas de los libros de texto de las diferentes editoriales. En el grado undécimo y primeros semestres de universidad de las carreras de ciencias e ingenierías, se supone que ya se sabe la trigonometría y en las materias de análisis matemático (funciones, cálculo diferencial e integral) se realizan ejemplos y aplicaciones con funciones trigonométricas. (p.10)

Por su parte Aroca (2022), quien realiza un estudio sobre modelos mentales y sus formas de expresión de alumnos y profesores al resolver actividades de geometría analítica, nos refiere que:

En los estándares básicos de matemáticas para los grados 10 y 11 (MEN, 2003, 2006), se propone, para el pensamiento espacial, describir y modelar fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas y, para el pensamiento variacional,



modelar situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas. Respecto de la enseñanza de la demostración, en los lineamientos curriculares se presenta como un ejemplo del tipo de razonamiento deductivo, la demostración algebraica de una identidad trigonométrica, pero no se orienta al profesor señalando o explicando algún proceso de razonamiento que le permita llevar a sus estudiantes a razonar de esta manera. (p.30)

Adicionalmente Aroca (2022) refiere:

[...] se mantiene la indiferencia de los expertos y los autores de textos escolares ante las diferencias sociales, educativas y culturales de los distintos países y la desconexión de las actividades curriculares de matemáticas con el mundo espacial cotidiano fuera del aula. (p.30)

De acuerdo con esto, se encuentra un problema inicial: hay poco abordaje de la trigonometría escolar y su enseñanza en las investigaciones realizadas a nivel doctoral en el contexto colombiano. A su vez, la revisión documental de trabajos a nivel mundial, dados los criterios de búsqueda definidos con anterioridad arroja los siguientes resultados:

1. Se encuentran trabajos distribuidos en diferentes continentes, con una mayor concentración en América y Europa. Se identifican trabajos desarrollados en la Universidad de Franklin (USA), Universidad de Granada (España), Universidad de Sudáfrica (Sudáfrica), Universidad de Kwazulu – Natal (Sudáfrica), Universidad de París (Francia), Western Sydney University (Australia), Universidad del estado de Illinois (USA), Universidad de Texas (USA), Universidad Autónoma de Barcelona (España), Universidad de Limerick (Irlanda), Universidad de Grenoble (Francia), Universitat De València (España), Instituto Politécnico Nacional (México), Pontificia Universidade Católica de São Paulo (Brasil), Universidad Autónoma de Barcelona (España), Universidad Nacional Mayor de San Marcos (Perú) y Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia).
2. Existe una amplia producción de artículos a nivel de maestría y pregrado (Tabla 1). Esto refleja gran interés por el estudio de la trigonometría escolar, aunque no hay abordaje de aspectos de orden semiótico, epistemológico y práctico propios del campo.



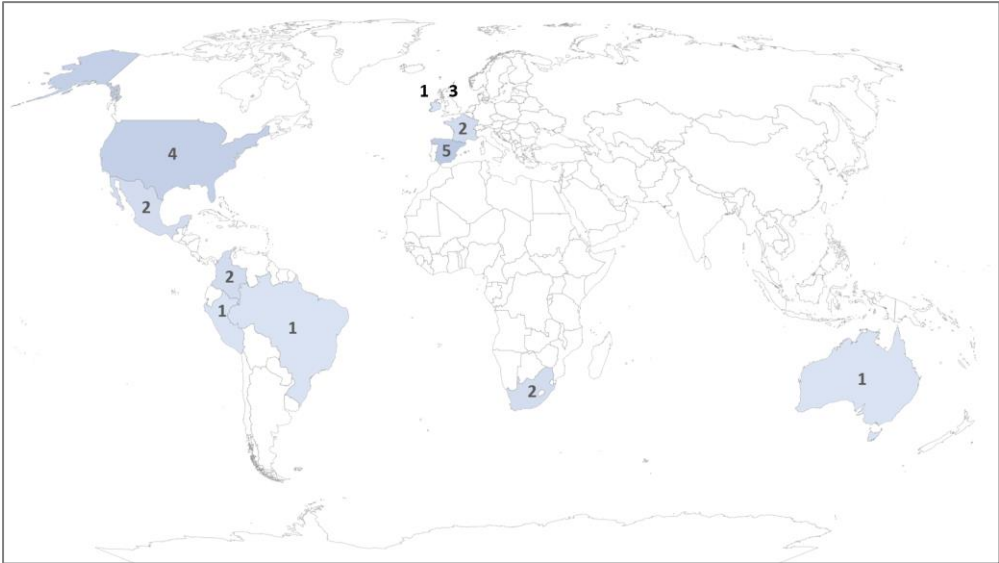
Tabla 1. Correlación de trabajos asociados a la investigación sobre trigonometría escolar.

Término de búsqueda	Fuente	Tipo de documento	Frecuencia	Nivel	Temporalidad
Trigonometría escolar	Dialnet	Tesis	1	Doctorado	2011
		Artículos	15	Pregrado, Maestría	2011-2024
		Libros	1		2026
	Red de repositorios latinoamericanos	Tesis	12	Maestría	2010-2025
		Trabajos de grado	8	Master	2010-2025
		Trabajos de grado	10	Pregrado	2010-2025
		Artículos	7	Maestría, Pregrado	2010-2025
	Repositorio Institucional Universidad Distrital	Trabajos de grado	6	Maestría, Pregrado	2023-2026
		Artículo	1	Maestría	2013
		Libros	1	Doctorado	2017
	Funes Uniandes	Memorias de eventos	2		2023-2024
		Memorias de eventos	796	Pregrado Maestría Doctorado	1985-2026
	Repositorio CINEVESTAV	Tesis	3	Maestría	1993-2024
			1	Doctorado	2005

Nota: Elaboración propia.

3. Se distinguen trabajos doctorales desarrollados en diferentes latitudes (Figura 1), encontrándose mayor frecuencia en Estados Unidos y España, así como una doble referenciación de trabajos que hacen análisis comparativos entre zonas en Francia, Camboya y Vietnam.

Figura 1. Distribución de trabajos doctorales asociados a trigonometría y geometría analítica.



Nota: Elaboración propia.

4. Los países de procedencia de los trabajos consultados son: España (5), Estados Unidos (4), Inglaterra (3), Francia (2), Colombia (2), Sudáfrica (2), México (2), Brasil (1), Perú (1), Irlanda (1) y Australia (1). Predomina el uso del inglés, aunque también se encuentran trabajos en español, francés y portugués. Se destaca la predominancia de estudios de tipo didáctico, centrados en la enseñanza y el aprendizaje de objetos matemáticos tales como: razones trigonométricas, funciones trigonométricas y posibles problemas de aprendizaje.

Consideraciones respecto a lo presentado por los diferentes autores

Al desarrollar la exploración en bases de datos, recopilación, lectura y sistematización de resúmenes analíticos en torno a la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría escolar, se encuentra un artículo de divulgación elaborado por Vitola (2023). Este autor presenta la trigonometría como área fundamental de las matemáticas y realiza la revisión sistemática de tesis doctorales relacionadas a trigonometría y funciones trigonométricas, elaboradas en el periodo entre 2005 y 2022.

Tras el análisis, en términos de los objetos matemáticos abordados, su enseñanza y aprendizaje, los contenidos de la trigonometría y el currículo de matemáticas, Vitola (2023) concluye que hay pocas investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas y destaca aspectos de orden didáctico asociados a objetos matemáticos específicos (funciones trigonométricas inversas y series trigonométricas), que han sido poco abordados en las investigaciones en el campo.

Bajo este contexto, en lo que sigue se presenta lo abordado en 22 tesis doctorales que vinculan en su problema de investigación el aprendizaje y la enseñanza de la trigonometría y una tesis que aborda la geometría analítica. Se presenta una matriz sintética (Tabla 2) que permite identificar elementos desde los cuales se pueden establecer correlaciones entre los abordajes teóricos, metodológicos y la población con la que se hace el estudio. Posteriormente se agrupan trabajos de acuerdo con el asunto problematizado, destacando relaciones, iteraciones y tensiones. Adicionalmente se tiene en cuenta el objeto de estudio declarado por los autores (funciones trigonométricas, errores y dificultades en su enseñanza o aprendizaje, abordaje de la periodicidad de las funciones trigonométricas, fracaso escolar y uso de la geometría dinámica).



Tabla 2. Matriz Sintética de mapeo categorial cruzado.

No.	Autor (Año) País	Perspectiva Teórica	Objetos Matemáticos abordados	Metodología	Mediación Tecnológica	Nivel Educativo
1	Costa (1997) Brasil	Enfoque experimental y computacional	Funciones Seno y Coseno	Cualitativo de intervención secuenciada	Entorno experimental mediado por computador	Educación Secundaria / Bachillerato
2	Montiel (2005) México	Teoría Socioepistemológica (TSME)	Función trigonométrica/ Unidad de medida	Enfoque sistémico e histórico epistemológico	Prácticas de referencia (medir, calcular, modelar)	Educación Superior y Bachillerato
3	Vilches (2007) Perú	Modelo de Enseñanza Modular Personalizada	Funciones trigonométricas en educación secundaria	Cuasiexperimental con pre/post prueba	Módulos didácticos impresos y experimentos de aula	5º Grado de Secundaria
4	Fiallo (2010) España	Modelo de Van Hiele y Mapas Conceptuales	Demostración en razones y funciones trigonométricas	Unidad de enseñanza con SGD	Software de Geometría Dinámica (Cabri)	Bachillerato / Secundaria
5	Figueiredo (2010) España	Teoría de los Conceptos Nucleares	Teorema de Pitágoras, Triángulo Rectángulo, Hipotenusa, Tangente, Teoremas, Seno, Catetos, Razón Trigonométrica.	Análisis Multidimensional y al Análisis de Conglomerados	Programa KNOT Prueba de Ordenación de Tarjetas	Bachillerato / Secundaria
6	Chin (2013) Inglaterra	Pensamiento matemático (Percepción, Operación, Razón)	Conocimiento y concepciones trigonométricas	Cualitativo con mapas conceptuales y entrevistas	Tres contextos (Triángulo, Círculo, Analítico)	Docentes en formación inicial
7	Hertel (2013) USA	Grounded Theory (Teoría Fundamentada)	Propósito de la trigonometría en ciencias modernas	Investigación cualitativa	Análisis de textos secundarios y entrevistas universitarias	Docentes secundarios y profesores universitarios
8	Walsh (2015) Irlanda	Adaptación del Modelo de Van Hiele APOE	Enseñanza efectiva de la trigonometría	Educational Design Research (EDR)	Modelo jerárquico de niveles de enseñanza	Profesores en formación inicial
9	Costa (2015) España	Resolución de problemas	Enseñanza y aprendizaje de la trigonometría	Metodología mixta, con datos cuantitativos y cualitativos	Cuestionarios	Bachillerato / Secundaria
10	Chaar (2015) Inglaterra	Modelo de conocimientos matemáticos del docente para la enseñanza	Razones y Funciones Trigonométricas	Estudio de casos	Cuestionarios, Entrevistas y protocolos de entrevista	Profesores
11	Bornstein (2017) Inglaterra	Multiple External Representations	Razones y Funciones Trigonométricas	Investigación Basada en el Diseño	Entrevistas basadas en tareas	Estudiantes universitarios
12	Ortiz Galarza, (2017) USA	Teoría fundamentada	Razones y Funciones Trigonométricas	Investigación Basada en el Diseño	Grabaciones en video, entrevistas, encuestas y blogs.	Estudiantes de Bachillerato (10º - 12º)
13	Guerola, (2018) España	Histórico- documental y hermenéutico	Orígenes de la trigonometría y astronomía antigua	Histórico- documental y hermenéutico	Análisis de manuscritos (Ptolomeo, Clavius, Gnomónica)	N/A (Estudio histórico curricular)
14	Ssebagala (2018) USA	Cualitativo exploratorio	Razonamiento cuantitativo. Funciones trigonométricas	Secuencia de actividades	Software de geometría dinámica GeoGebra	Profesores en formación
15	Zeng (2019) Australia	Modelos Mentales, Esquemas y Comprensión Relacional (Skemp)	Procesos matemáticos y modelos mentales en plano XY	Estudio de casos múltiples (Profesor como investigador)	Tutoría individualizada	Estudiantes de Bachillerato (10º - 12º)

16	Lupahla (2020) Sudáfrica	Diseño Mixto anidado de Intervención	Periodicidad de funciones trigonométricas	Métodos mixtos con diseño de intervención anidada	Modelación didáctica con hojas de cálculo (Excel)	Docentes de Secundaria y Estudiantes de Grado 12
17	Tatira (2020) Sudáfrica	Marco MKT (Content Knowledge & PCK)	Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)	Estudio de caso cualitativo con análisis mixto	Pruebas de contenido, análisis de planes de clase y videos	Profesores en formación en contexto rural
18	Martín- Fernández (2021) España	Análisis Semántico	Nociones trigonométricas	Estudio exploratorio Interpretativo. Teoría Fundamentada	Cuestionarios	Estudiante de secundaria
19	Jenkins, (2022) USA	Diseño instruccional y habilidades de visualización	Ángulos de referencia e identidades trigonométricas	Cuasiexperimental cuantitativo	Instrucción Asistida por Computadora (CAI) interactiva	Estudiantes de Precálculo (10.º - 12.º)
20	Aroca (2022) Colombia	Modelos Mentales cronotópicos	Geometría analítica	Exploratoria de tipo cualitativo. Teoría fundamentada. Etnografía	Registros audiovisuales y escritos	Estudiantes de educación media
21	Cruz (2024) México	Teoría socioepistemológica	Triángulos, razones trigonométricas, funciones trigonométricas	Investigación basada en el diseño	Registros audiovisuales y escritos. Software de geometría dinámica GeoGebra	Profesores en formación
22	Hurtado (2025) Colombia	Didáctica Crítica Basada en la Resolución de Problemas para la Enseñanza de la Trigonometría	Razones trigonométricas	Investigación de Acción Participativa (IAP)	Entrevistas semiestructuradas, la revisión documental y los grupos focales	Estudiantes de instituciones etnoeducativas afrodescendie ntes

Nota: Elaboración propia.

De acuerdo con la revisión anterior se establece que en su mayoría los trabajos se orientan al *abordaje de la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría*, problematizando principalmente respecto a las funciones trigonométricas y su estudio. Algunos trabajos refieren la trigonometría como rama de las matemáticas vinculada al desarrollo de habilidades algebraicas y diversos significados geométricos. Se identifica una aproximación a los modelos mentales (Zeng, 2019), vistos como estructuras cognitivas internas, que no pueden ser observadas de modo directo, sino inferidas a partir de la interpretación de representaciones externas generadas por los estudiantes. También, se reconocen estudios desde la didáctica de la trigonometría (Castro, 2025; Contreras, 2022; Costa, 2015; Jenkins, 2022; Loeng, 2019; Ortiz Galarza, 2017; Tatira, 2020) y aproximaciones históricas a objetos matemáticos específicos (Guerola, 2018).

Al respecto de los abordajes didácticos se puede referir que los autores indican la predominancia de una enseñanza instrumental de la trigonometría, caracterizada por el abuso de fórmulas y el predominio de enfoques puramente algebraicos. Costa (2015), indica la existencia de una fuerte desconexión entre las



distintas representaciones presentadas a los estudiantes (razones en el triángulo, coordenadas en el círculo y funciones), agravada por la dificultad de comprender el concepto de razón como relación, como cociente y como el resultado de aplicar una función.

Se identifica de modo recurrente la referencia a la presentación inadecuada de los objetos matemáticos asociados a la trigonometría (Bornstein, 2017; Tatira, 2020; Vilches, 2007; Walsh, 2015); así como la relación del bajo rendimiento académico a fenómenos como la deserción escolar, la escasa bibliografía disponible en las aulas, la limitada dedicación de los docentes en los procesos de enseñanza y la falta de conocimientos matemáticos adecuados por parte de los profesores.

Autores como Nguyen (2011) y Hertel (2013), destacan que se privilegia el dominio de aspectos algebraicos y de interpretaciones sobre las relaciones entre los lados del triángulo rectángulo, dificultando que los estudiantes logren comprensiones precisas sobre fenómenos periódicos cíclicos y oscilatorios. En particular Hertel (2013), quien aborda distintas definiciones de las funciones trigonométricas presentes en libros de texto, cuestiona la presentación de la trigonometría como una disciplina únicamente asociada a procedimientos algebraicos, dejando de lado sus posibilidades en la modelación, la medición y la resolución de problemas. Uno de los aportes más relevantes del estudio desarrollado por Hertel (2013), es la identificación de tensiones entre las definiciones formales de las funciones trigonométricas y sus aplicaciones prácticas.

Consideraciones respecto a las dificultades en el aprendizaje de la trigonometría

Algunos autores refieren la poca investigación en enseñanza de la trigonometría como un asunto relevante en el campo. Así, Walsh (2015), señala algunas dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de la trigonometría y las asocia a la falta de formación en matemáticas de los profesores. Además, indica que la enseñanza de la trigonometría es poco investigada en todo el mundo, con el agravante de que existen dificultades en la formación de profesores de matemáticas, que repercuten negativamente en la preparación de los estudiantes.

A su vez, Ortiz Galarza (2017) vincula esas dificultades a la baja apropiación, por parte de los estudiantes, de conceptos tales como las funciones trigonométricas y su abordaje desde distintas representaciones.



El estudio presentado por Ortiz Galarza (2017) también considera la construcción de las condiciones que permitan una adecuada enseñanza de la trigonometría, centrando la atención en los elementos de tipo didáctico y la redefinición y rediseño de las conjeturas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría.

Por su parte, Ssebagala (2018) destaca la necesidad y la importancia de la trigonometría en el currículo escolar, indicando que es fundamental para comprender áreas como la física, la arquitectura, la topografía y la ingeniería. Sin embargo, su investigación indica que los profesores tienen una comprensión limitada de la trigonometría, lo que dificulta su enseñanza. Este investigador propone que el aprendizaje de la trigonometría debe fomentar el razonamiento cuantitativo, de tal modo que en su tesis se examina el razonamiento de los profesores de matemáticas de secundaria en relación con las funciones trigonométricas.

Investigaciones relacionadas con el uso de software como recurso didáctico.

Dentro de las investigaciones que abordan aspectos didácticos se encuentra de modo menos recurrente, trabajos que vinculan el uso de ordenadores y geometría dinámica (Costa, 1997; Fiallo, 2010; Hurtado, 2025 y Lupahla, 2020). Se puede afirmar que centran su atención en la demostración geométrica y destacan la falta de claridad en los documentos curriculares, respecto al modo de promover el pensamiento matemático y diferentes tipos de demostración. Estos autores sugieren la necesidad de adaptación de modelos teóricos para analizar la relación entre las conjeturas hechas por los estudiantes y las demostraciones realizadas. En particular, Lupahla (2020) sostiene la necesidad de transformar la enseñanza de la trigonometría por medio de la incorporación efectiva de herramientas tecnológicas. Y Fiallo (2010) nos indica que, si el estudiante plantea conjeturas, pero no logra soportarla en marcos geométricos, algebraicos, analíticos o trigonométricos, no podrá entonces construir una demostración.

Investigaciones relacionadas con formación de profesores o estudios curriculares

Otros trabajos que toman como objeto de estudio la enseñanza de la trigonometría, son los realizados por Zeng (2019), Loeng (2019), Tatira (2020), Martín Fernández (2021) y Jenkins (2022) Cada uno de estos autores se interesa por el estudio de las dificultades que se presentan en el aprendizaje de la trigonometría y en aspectos que consideran relevantes para favorecer la comprensión y el aprendizaje de objetos geométricos. En particular Zeng (2019), plantea la necesidad de ayudar a los estudiantes a



aprender conceptos matemáticos por medio de una comprensión relacional e intenta desarrollar un modelo para explorar la posibilidad de integrar la comprensión relacional y la instrumental para superar las dificultades de aprendizaje, desde un contexto de tutoría.

De modo similar, el trabajo desarrollado por Jenkins (2022), se centra en la idea de fracaso escolar, abordando el uso de la tecnología como una posibilidad de disminuir las dificultades de los estudiantes para entender y cambiar entre diferentes representaciones de conceptos trigonométricos. Su propuesta considera que el uso de tecnología permite desarrollar representaciones múltiples de conceptos trigonométricos y construir imágenes eficientemente.

Por su parte Loeng (2019), refiere un abordaje limitado de la trigonometría y las funciones trigonométricas. Un hecho importante en el trabajo de este autor es la comparación entre planes de estudio franceses y camboyanos, identificando dificultades en la transición de la trigonometría del círculo trigonométrico a las funciones coseno y seno de una variable real.

El trabajo de Lupahla (2020), busca medir la influencia del desarrollo profesional de un profesor en la comprensión conceptual de la trigonometría. En el estudio desarrollado por este autor, se busca establecer por medio de entrevistas semiestructuradas, la relación entre la propuesta didáctica de los profesores y el grado de apropiación conceptual que logran los estudiantes, respecto a la periodicidad de las funciones trigonométricas.

Tatira (2020) indaga sobre la comprensión que tienen futuros profesores de los objetos matemáticos propios de la enseñanza de la trigonometría. Su objetivo es aproximarse a la comprensión del problema del fracaso escolar, señalando que muchos profesores en formación carecen de comprensión conceptual de las matemáticas escolares. Este autor destaca que una de las mayores dificultades encontradas es la deficiente formación de los estudiantes para profesor en lo referido a los objetos matemáticos específicos, así como en la apropiación de conocimientos pedagógicos y la referencia a métodos tradicionales de enseñanza, indicando que en muchos casos se consideraba la idea de enseñar replicando la forma como se les había enseñado. Se destaca también que los estudios de licenciatura y las experiencias de práctica docente de los participantes en el estudio son insuficientes.

En el trabajo de Martín Fernández (2021), se aborda el significado de los conceptos escolares de seno y coseno de un ángulo, desde la terna Signo, Referencia y Sentido. Este trabajo señala que el significado



y la comprensión de los objetos matemáticos es importante en la conceptualización, diseño y evaluación curricular, dado que en las matemáticas escolares los conceptos adquieren una variedad de significados que además requieren la apropiación de notaciones simbólicas y modos de relación preestablecidos en el currículo.

Abordaje de la trigonometría escolar en el contexto latinoamericano.

En el contexto latinoamericano, se han propuesto además cuatro tesis que han abordado la enseñanza aprendizaje de la trigonometría y de la geometría analítica. Corresponden al trabajo de Montiel (2005) que cuestiona la enseñanza tradicional desde la perspectiva de la socioepistemología; el de Aroca (2022), quien aborda los modelos cronotrópicos; el propuesto por Hurtado (2025) que refiere la necesidad de mejorar la enseñanza de la trigonometría en instituciones etnoeducativas afrodescendientes de Cartagena; y el desarrollado por Cruz (2024) sobre la importancia de estudiar los conocimientos del profesorado en formación inicial en el área de trigonometría.

En el trabajo de Montiel (2005) se aborda la construcción social del conocimiento trigonométrico desde una perspectiva socioepistemológica, cuestionando la enseñanza tradicional y proponiendo un modelo basado en prácticas históricas y sociales. Esta investigación pone de manifiesto que la enseñanza actual de la trigonometría se desarrolla desde un discurso institucionalizado rígido y carece de significados funcionales. Se refiere un predominio de una “Aritmetización trigonométrica” donde no se tiene en cuenta el proceso geométrico de construcción de nociones como el seno y el coseno, y la actividad de aula se reduce a un procedimiento aritmético de dividir longitudes para obtener un valor faltante, sin que el alumno comprenda la naturaleza de la relación. Esta autora, afirma que el aprendizaje es un proceso social y situado en escenarios socioculturales, destaca el saber matemático como el fruto de la interacción entre la epistemología y los factores sociales, de manera que se centra en prácticas de referencia que dieron origen a los objetos matemáticos. Finalmente, propone un modelo para rediseñar el discurso escolar basado en tres etapas históricas y funcionales de la trigonometría.

De otro lado, el trabajo de Aroca (2022), referido a la enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica, habla de la existencia de un currículo fragmentado y desvinculado de la realidad, que impide que profesores y alumnos relacionen los contenidos con sus realidades cotidianas. El autor refiere que el tipo de representaciones a las que tienen acceso los estudiantes es exclusivamente bidimensional, a



pesar de que los fenómenos físicos reales ocurren en tres dimensiones. También evidencia poco abordaje de la geometría estudiada de forma axiomática y la que está basada en el álgebra lineal. A su juicio, son presentadas de forma desconectada y descontextualizada. Se destaca, además, la desarticulación entre registros (lengua natural, algebraico y gráfico), hecho que puede repercutir negativamente en las transformaciones de registros semióticos, la comprensión del objeto matemático y su distinción con su representación.

El trabajo de Hurtado (2025), pone de manifiesto relaciones de inclusión y exclusión en el aula de matemáticas, asociadas a distinciones por raza y género. Aborda la enseñanza de la trigonometría en escuelas etnoeducativas afrodescendientes, identificando dificultades de aprendizaje de los estudiantes, asociadas con estrategias de enseñanza de profesores.

Por último, el trabajo de Cruz (2024), investiga los saberes del profesorado en formación. Problematisa la trigonometría escolar en secundaria y media y su articulación en procesos de enseñanza y aprendizaje. Evidencia que la reducción del trabajo con razones trigonométricas, al uso de algoritmos y datos en representaciones triangulares, incide negativamente en el aprendizaje. También, refiere poca fundamentación analítica en el uso de medidas.

CONCLUSIONES

En la revisión sistemática de tesis doctorales sobre trigonometría escolar en el periodo entre 1997 y 2025 se identifica como problemático el predominio de una enseñanza instrumental que dificulta el establecimiento de relaciones entre los objetos matemáticos y privilegia la aplicación de técnicas, el aprendizaje memorístico y el uso de estrategias nemotécnicas. Se reconoce en los estudios una orientación didáctica centrada en fortalecer procesos de enseñanza y mejorar los aprendizajes en torno a la trigonometría. Se identifica un enfoque hacia la profundización de las razones trigonométricas, funciones, relaciones, estudio del círculo unitario y triángulo rectángulo, aunque se observa como oportunidad el abordaje de la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría, considerando la experiencia discursiva.

Es claro que estos objetos matemáticos y las problematizaciones de los diferentes autores guardan relación no solo por los objetos matemáticos abordados, lo que aporta significativamente en la investigación que se está desarrollando en torno a la experiencia discursiva en matemáticas, dado que



orienta respecto al abordaje didáctico y epistemológico de los objetos de estudio, así como en algunas posibilidades de trabajo usando software de geometría dinámica para favorecer la aparición de distintos tipos de representación.

El hecho de que algunos autores aborden los conocimientos de los profesores conlleva a pensar en un asunto problemático: las dificultades de aprendizaje de los estudiantes, derivadas de procesos de enseñanza deficiente; esto plantea además una necesidad de ahondar en otro corpus (trabajos de maestría, diseños didácticos y artículos de investigación), la didáctica de la trigonometría y la formación docente. Esto sitúa una categoría a ser estudiada: la apuesta discursiva del profesor y su incidencia en los aprendizajes de los estudiantes.

La constitución del estado del arte genera preguntas en torno a la experiencia discursiva con la trigonometría, que no pueden ser resueltas en este artículo. Entre esas preguntas tenemos: ¿Qué tipo de experiencia se configura en el aula de matemáticas cuando se enseña trigonometría? ¿Cómo se manifiesta esa experiencia, con relación al desempeño escolar y la intención de escolarización de los estudiantes en educación media? y ¿Cómo puede contribuir el estudio de la experiencia discursiva en matemáticas a la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría escolar?

Por último, se reconoce que el abordaje de las tesis doctorales presentadas configura un corpus pertinente en tanto permite reconocer problemáticas, abordajes y oportunidades de investigación. Sin embargo, se hace necesario ahondar en lo que otros investigadores han desarrollado. Se considera necesario la ampliación del corpus, esto con el fin de ampliar las comprensiones respecto a las relaciones para tener en cuenta en el diseño de actividades que vinculen objetos matemáticos pertenecientes a la trigonometría escolar. Esta ampliación puede orientarse por medio de una indagación más profunda en otros idiomas y latitudes, también desde la inclusión de trabajos de investigación en Maestría y la revisión en revistas especializadas en educación matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Albadan, J. (2016). Un análisis crítico sobre consistencias curriculares en los referentes legales-curriculares para las matemáticas escolares y del cómo operan estas políticas educativas en Colombia. Redipe, 5(11):56-78. Obtenido de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/141>



- Aroca, A. (2022). Formas de operación y de expresión de los modelos mentales cronotópicos de un profesor y sus estudiantes cuando desarrollan actividades que vinculan el uso de coordenadas en el plano y en el espacio en clase de geometría analítica de grado 10°. Bogotá: [Tesis Doctoral. Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11349/30023>
- Blackett , N., & Tall, D. (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. International Group for the Psychology of Mathematics Education XV, Assisi, vol 1, pp. 144–151. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/246291731_Gender_and_the_versatile_learning_of_trigonometry_using_computer_software
- Bornstein, N. M. (2017). Music of the triangles: How students come to understand trigonometric identities. University of New Hampshire. Durham: Doctoral Dissertations. 154. Obtenido de <https://scholars.unh.edu/dissertation/154>
- Bruño, G. M. (1953). Algebra y trigonometría : con numerosos ejercicios. Editorial Bedout.
- Castro de Bustamante, J. (2007). La investigación en educación matemática: una hipótesis de trabajo. Revista Educere, 11(38), 519-531. Obtenido de <https://n9.cl/5ymt6>
- Castro, T. (2025). Innovación en la enseñanza de la trigonometría universitaria: diseño e implementación de una trayectoria hipotética de aprendizaje para ecuaciones trigonométricas con infinitas soluciones. Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10803/695998>
- Chaar, M. (2015). Secondary pre-service, in-service, and student teachers' noticing of mathematical work and thinking in trigonometry. Tesis doctoral. Universidad de New Hampshire. <https://scholars.unh.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3215&context=diss>.
- Chin, K. E. (2013). Making sense of mathematics: Supportive and problematic conceptions with special reference to trigonometry. . [Tesis doctoral, Universidad de Warwick]. http://wrap.warwick.ac.uk/58403/1/WRAP_THESIS_Chin_2013.pdf.
- Contreras, Y. (2022). Constructos teóricos sobre el razonamiento y argumentación en la resolución de problemas trigonométricos en educación media. Rubio-República Bolivariana de Venezuela:



- Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio". Obtenido de <https://www.espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/198/199>
- Costa, M. (2015). L'aprenentatge de la trigonometria a l'ensenyament obligatori i al batxillerat. Barcelona: [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona] <http://hdl.handle.net/10803/322793>.
- Costa, N. (1997). Funções seno e cosseno: Uma sequência de ensino a partir dos contextos o “mundo experimental” e do computador. Sao Paulo, Brasil: [Tesis de maestría] Pontificia Universidade Católica de São Paulo. Obtenido de <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11139>
- Cruz, G. (2024). Saberes docentes del profesorado de matemáticas de secundaria y media superior en formación inicial en el área de trigonometría. Ciudad de México: Centro de Investigación y estudios Avanzados del Instituto Politecnico Nacional, CINVESTAV. Obtenido de <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/5214>
- Eco, U. (1992). Cómo se hace una tesis: Técnicas y procedimientos de investigación, estudio y escritura. Mexico: Gedisa.
- Fiallo, J. (2010). Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de geometría dinámica. Valencia, España: [Tesis doctoral, Universitat de València, Departament de Didàctica de la Matemàtica].
- Figueiredo, A. (2010). Estructura cognitiva y conceptos nucleares en la enseñanza/aprendizaje de la trigonometría: estudio comparativo realizado con alumnos del 10.º al 12.º año de enseñanza secundaria a través de la aplicación de diferentes metodologías. Universidad de Extremadura, Badajoz: España. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=20863>
- Gómez Mulett, A. S. (2018). La educación matemática en Colombia: origen, avance y despegue. . Fides et Ratio - Revista de Difusión cultural y científica de la Universidad La Salle en Bolivia,, 16(16), 123-146. Obtenido de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2071-081X2018000200008&lng=es&tlng=es



- González, C., & Mendoza, J. (2019). Más de 60 años de presencia de la trigonometría en la educación media colombiana. Una mirada a libros de textos escolares. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. Departamento de Matemáticas. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.12209/11114>
- Guerola, J. (2018). El colegio romano i els orígens de la trigonometria: de l'analemma de Ptolomeu a la gnomónica de Clavius. [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10803/6>
- Hertel, J. (2013). Investigating the purpose of trigonometry in modern sciences. [Tesis doctoral, Universidad del estado de Illinois] <https://www.proquest.com/docview/1436>. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/379808074_INVESTIGATING_THE_PURPOSE_OF_TRIGONOMETRY_IN_THE_MODERN_SCIENCES
- Hurtado, R. (2025). Didáctica critica basada en la resolución de problemas para la enseñanza de la trigonometría. Ediciones Universidad Simón Bolívar. Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12442/16914>
- Jenkins, R. (2022). Impact of interactive computer-aided instruction in learning trigonometry in a high school precalculus course. Ohio, USA: [Tesis doctoral, Franklin University]. Obtenido de <https://fuse.franklin.edu/docpub/71>
- Loeng, R. (2019). Les fonctions sinus et cosinus dans le secondaire en France et au Cambodge. París: [Tesis doctoral, Universidad de París]. <https://theses.hal.science/tel-02983421v1>.
- Lupahla, N. (2020). The influence of Excel modeling professional development on conceptual understanding of periodicity of trigonometric functions. Sudáfrica: [Tesis doctoral, UNISA]. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10500/27918>
- Martín Fernández, E. (2021). Meanings shown by students and teachers in training on the sine and the cosine of an angle. Granada, España: [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10481/68166>
- Montiel, G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica. México: Ediciones Díaz de Santos. doi:ISBN: 978-84-9969-000-1.



- Montiel, G. (2005). Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica. . [Tesis doctoral, Instituto Politécnico Nacional]. <https://n9.cl/7j6ti>.
- Nguyen, N. (2011). La périodicité dans les enseignements scientifiques en France et au Vietnam: Une ingénierie didactique d'introduction aux fonctions périodiques par la modélisation. Grenoble, Francia: [Tesis doctoral, Universidad de Grenoble]. Obtenido de <https://theses.hal.science/tel-00630048>
- Ortiz Galarza, M. (2017). The influence of multiple representations on secondary students' understanding of trigonometric functions. Austin, Texas: [Tesis doctoral, Universidad de Texas]. Obtenido de https://scholarworks.utep.edu/open_etd/517
- Romero, F., & Farfán, R. (2016). Estado actual de la investigación alrededor de la serie trigonométrica de Fourier. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1(1), 275-282.
- Ssebagala, L. (2018). Investigating pre-service secondary mathematics teachers' reasoning when learning trigonometry using the line segment approach. Illinois, USA: [Tesis doctoral, Illinois State University]. Obtenido de <https://n9.cl/oyty6>
- Tatira, B. (2020). An exploration of pre-service teachers' mathematics knowledge for teaching in trigonometry at a higher education institution . Durbán, Sudafrica: [Tesis doctoral, University of KwaZulu-Natal]. Obtenido de <https://n9.cl/bm3l2>
- Vilches, J. (2007). Modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria. Lima, Perú: [Tesis Doctoral, Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM)]. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12672/2370>
- Vitola, F. (2023). Enseñanza y aprendizaje de la trigonometría: Un abordaje desde las investigaciones doctorales en educación matemática. *Gaceta de Pedagogía.*, 45, 228–253. doi:<https://doi.org/10.56219/rgp.vi45.1900>
- Walsh, R. (2015). A purpose-built model for the effective teaching of trigonometry: A transformation of the van Hiele model. Castletroy, Limerick: [Tesis doctoral, University of Limerick]. doi:<https://doi.org/10.34961/4139>
- Weber, K. (2005). Students' understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*, 17(3), 91-112. Obtenido de <https://n9.cl/en2kr>



Zeng, X. (2019). An analysis of mathematical processes and understanding in a tutoring intervention:
The case of trigonometry. Sydney, Australia: [Tesis doctoral, Western Sydney University].

Obtenido de

https://uws.primo.exlibrisgroup.com/permalink/61UWSTSYD_INST/me0a60/alma9919409810001571

